

Преобразования буквенных иррациональных выражений

1. 1. Найдите значение выражения $\frac{5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x}$ при $x > 0$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} = \frac{5x+2\sqrt{x}-2\sqrt{x}}{x} = 5.$$

Ответ: 5.

2. 2. Найдите значение выражения $\frac{12\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}}$ при $m > 0$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{12\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}} = \frac{12m^{\frac{1}{9}+\frac{1}{18}}}{m^{\frac{1}{6}}} = 12m^{\frac{1}{9}+\frac{1}{18}-\frac{1}{6}} = 12m^0 = 12.$$

Ответ: 12.

3. 3. Найдите значение выражения $x + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ при $x \leq 2$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$x + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = x + \sqrt{(x-2)^2} = x + |x-2|.$$

При $x \leq 2$ имеем $|x-2| = 2-x$. Тогда $x + |x-2| = x + 2 - x = 2$.

Ответ: 2.

4. 4. Найдите значение выражения $\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2}$ при $6 \leq a \leq 10$.

Решение.

Воспользуемся тождеством $\sqrt{(a-b)^2} = |a-b|$ и раскроем модули на отрезке $[6; 10]$:

$$\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2} = |a-6| + |a-10| = a-6+10-a = 4.$$

Ответ: 4.

5. 5. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}}$ при $b > 0$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}} = \frac{9 \cdot \sqrt[14]{b}}{\sqrt[14]{b}} = 9.$$

Ответ: 9.

6. 6. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}}$ при $m > 0$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}} = \frac{\sqrt[18]{m}}{\sqrt{16 \cdot \sqrt[18]{m}}} = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

7. 7. Найдите значение выражения $\frac{15\sqrt[5]{\sqrt[28]{a}} - 7\sqrt[7]{\sqrt[20]{a}}}{2\sqrt[35]{\sqrt[4]{a}}}$ при $a > 0$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{15\sqrt[5]{\sqrt[28]{a}} - 7\sqrt[7]{\sqrt[20]{a}}}{2\sqrt[35]{\sqrt[4]{a}}} = \frac{15\sqrt[140]{a} - 7\sqrt[140]{a}}{2\sqrt[140]{a}} = \frac{8\sqrt[140]{a}}{2\sqrt[140]{a}} = \frac{8}{2} = 4.$$

Ответ: 4.

8. 8. Найдите $\frac{g(2-x)}{g(2+x)}$, если $g(x) = \sqrt[3]{x(4-x)}$ при $|x| \neq 2$.

Решение.

Покажем, что числитель дроби равен знаменателю:

$$\begin{aligned} g(2-x) &= \sqrt[3]{(2-x)(4-(2-x))} = \sqrt[3]{(2-x)(2+x)}, \\ g(2+x) &= \sqrt[3]{(2+x)(4-(2+x))} = \sqrt[3]{(2+x)(2-x)}. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\frac{g(2-x)}{g(2+x)} = \frac{\sqrt[3]{(2-x)(2+x)}}{\sqrt[3]{(2+x)(2-x)}} = 1.$$

Ответ: 1.

9. 9. Найдите $h(5+x) + h(5-x)$, если $h(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-10}$.

Решение.

Подставим аргументы в формулу, задающую функцию:

$$\begin{aligned} h(5+x) &= \sqrt[3]{5+x} + \sqrt[3]{5+x-10} = \sqrt[3]{5+x} + \sqrt[3]{x-5}; \\ h(5-x) &= \sqrt[3]{5-x} + \sqrt[3]{5-x-10} = -\sqrt[3]{x-5} - \sqrt[3]{x+5}. \end{aligned}$$

Следовательно, $h(5+x) + h(5-x) = 0$.

Ответ: 0.

10. 10. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}$ при $m = 64$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}} = m^{\frac{1}{2} - \frac{1}{9} - \frac{1}{18}} = m^{\frac{1}{3}} = 4.$$

Ответ: 4.

11. 11. Найдите значение выражения $\frac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 4$ при $x = 3$.

Решение.

Поскольку $\frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$, имеем:

$$\frac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} + \frac{5}{\sqrt{x}} + 3x - 4 = \frac{7\sqrt{x}-5+5}{\sqrt{x}} + 3x - 4 = 7 + 3x - 4 = 3x + 3 = 12$$

Ответ: 12.