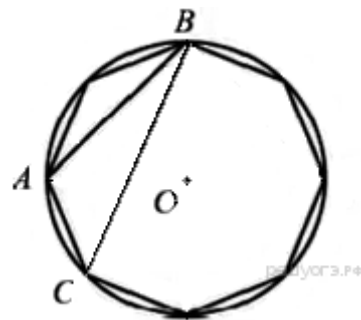


Окружность, описанная вокруг многоугольника

1. В окружность вписан равносторонний восьмиугольник. Найдите величину угла ABC .

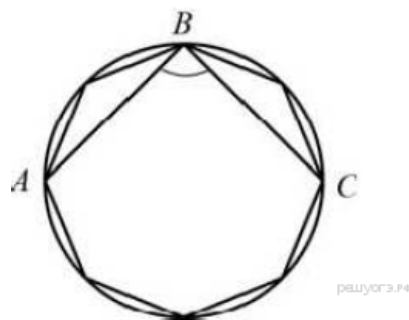


Решение.

Построим OA и OC радиусы. Центральный угол AOC равен $360^\circ:8 = 45^\circ$. Угол ABC — вписанный и опирается на ту же дугу, поэтому он равен $45^\circ:2 = 22,5^\circ$.

Ответ: 22,5.

2. В окружность вписан равносторонний восьмиугольник. Найдите величину угла ABC .



Решение.

Угол ABC — вписанный и опирается на диаметр AC . Таким образом, $\angle ABC = 90^\circ$.

Ответ: 90.

3. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 4. Угол при вершине, противолежащий основанию, равен 120° . Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.

Решение.

Воспользуемся теоремой косинусов:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos 120^\circ} = \sqrt{16 + 16 + 2 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2}} = 4\sqrt{3}.$$

Здесь a и b — боковые стороны равнобедренного треугольника, c — основание.

Диаметр описанной окружности вычислим по формуле:

$$D = 2R = 2 \cdot \frac{c}{2 \sin 120^\circ} = 2 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 8.$$

4. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 5. Угол при вершине, противолежащий основанию, равен 120° . Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.

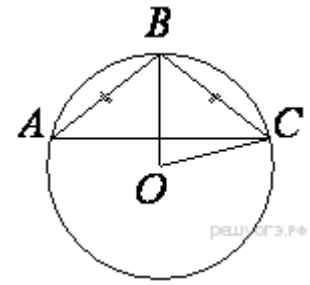
Решение.

Сумма углов в треугольнике равна 180° , а углы при основании равнобедренного треугольника равны, следовательно, углы при основании равны $(180^\circ - 120^\circ)/2 = 30^\circ$. По теореме синусов:

$$D = \frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10.$$

Ответ: 10.

5. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 177^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.

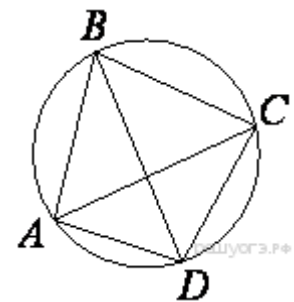


Решение.

Сумма углов треугольника равна 180° . Треугольник ABC — равнобедренный, следовательно, $\angle BAC = \angle BCA = \frac{180^\circ - 177^\circ}{2} = 1,5^\circ$. Угол BAC — вписанный, поэтому он равен половине дуги, на которую опирается. Угол BOC — центральный, поэтому он равен величине дуги, на которую опирается. Углы BAC и BOC опираются на одну и ту же дугу, следовательно, $\angle BOC = 2\angle BAC = 3^\circ$.

Ответ: 3.

6. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 70° , угол CAD равен 49° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

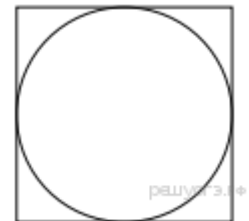


Решение.

Угол ABC — вписанный, опирается на дугу ADC , поэтому величина дуги ADC равна $2 \cdot 70^\circ = 140^\circ$. Угол CAD — вписанный, опирается на дугу CD , поэтому величина дуги CD равна $2 \cdot 49^\circ = 98^\circ$. Угол ABD — вписанный, опирается на дугу AD , поэтому $\angle ABD = \sphericalangle AD/2 = (\sphericalangle ADC - \sphericalangle CD)/2 = (140^\circ - 98^\circ)/2 = 21^\circ$.

Ответ: 21.

7. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 7.



Решение.

Пусть R и D соответственно радиус и диаметр окружности, a — сторона квадрата. Сторона квадрата равна диаметру вписанной окружности. Найдём площадь квадрата:

$$S = D^2 = (2R)^2 = (2 \cdot 7)^2 = 196.$$

Ответ: 196.