

Равнобедренный треугольник

1. Сторона равностороннего треугольника равна 10. Найдите его площадь, делённую на $\sqrt{3}$.

Решение.

Площадь треугольника равна половине произведения сторон на синус угла между ними. Так как угол равностороннего треугольника равен 60° и все стороны равны 10, имеем:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin 60^\circ = 25\sqrt{3}.$$

Ответ: 25.

2. Периметр равностороннего треугольника равен 30. Найдите его площадь, делённую на $\sqrt{3}$.

Решение.

Так как в равностороннем треугольнике все стороны равны, то сторона данного треугольника равна 10. Угол равностороннего треугольника равен 60° . Площадь треугольника равна половине произведения сторон на синус угла между ними, имеем:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin 60^\circ = 25\sqrt{3}.$$

Ответ: 25.

3. Высота равностороннего треугольника равна 10. Найдите его площадь, делённую на $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Решение.

Высота равностороннего треугольника равна $h = a \frac{\sqrt{3}}{2}$. Таким образом, сторона равностороннего треугольника равна $\frac{20}{\sqrt{3}}$. Площадь треугольника равна половине произведения сторон на синус угла между ними. Имеем:

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{20}{\sqrt{3}} \cdot \frac{20}{\sqrt{3}} \cdot \sin 60^\circ = \frac{100\sqrt{3}}{3}.$$

Ответ: 100.

В открытом банке иррациональный ответ.

4. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 10, а угол, лежащий напротив основания, равен 120° . Найдите площадь треугольника, делённую на $\sqrt{3}$.

Решение.

Площадь треугольника равна половине произведения сторон на синус угла между ними, имеем:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin 120^\circ = 25\sqrt{3}.$$

Ответ: 25.

В открытом банке иррациональный ответ.

5. Периметр равнобедренного треугольника равен 16, а боковая сторона — 5. Найдите площадь треугольника.

Решение.

Так как боковая сторона равнобедренного треугольника равна 5, его основание равно 6, а полупериметр: $\frac{16}{2} = 8$, по формуле Герона имеем:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{8(8-5)(8-5)(8-6)} = 12.$$

Ответ: 12.

Приведём другое решение.

Найдя основание и боковые стороны равнобедренного треугольника, находим по теореме Пифагора высоту, она равна 4. Далее по формуле площади треугольника, находим, что она равна 12.

6. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 10, основание — $5(\sqrt{6} - \sqrt{2})$, а угол, лежащий напротив основания, равен 30° . Найдите площадь треугольника.

Решение.

Площадь треугольника равна половине произведения сторон на синус угла между ними:

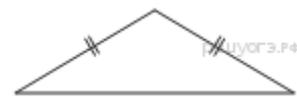
$$S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ = 25.$$

Ответ: 25.

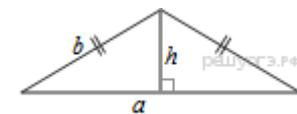
Примечание:

Площадь треугольника можно было найти по формуле Герона.

7. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34, а основание равно 60. Найдите площадь этого треугольника.

**Решение.**

Пусть a — длина основания равнобедренного треугольника, b — длина боковой стороны равнобедренного треугольника, h — высота, проведенная к основанию a . Высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, также является его биссектрисой и медианой. Из прямоугольного треугольника найдём высоту по теореме Пифагора:



$$h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{34^2 - 30^2} = \sqrt{2^2(17^2 - 15^2)} = 2 \cdot \sqrt{64} = 16.$$

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту:

$$S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 16 = 480.$$

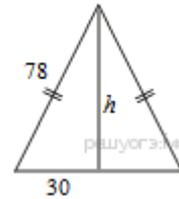
Ответ: 480.

8. Периметр равнобедренного треугольника равен 216, а боковая сторона — 78. Найдите площадь треугольника.



Решение.

Периметр треугольника равен сумме длин его сторон, поэтому длина основания равна $216 - 78 - 78 = 60$. Высота h , проведённая к основанию равнобедренного треугольника, также является его биссектрисой и медианой, поэтому (см. рис.) имеем:



$$h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{78^2 - 30^2} = \sqrt{6^2(13^2 - 5^2)} = 6 \cdot \sqrt{144} = 72.$$

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 72 = 2160.$$

Ответ: 2160.

Примечание.

Пусть p — полупериметр треугольника, a, b, c — стороны треугольника. Можно не находить высоту, а найти площадь по формуле Герона:

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{108(108-78)(108-78)(108-60)} = \\ &= \sqrt{108 \cdot 30 \cdot 30 \cdot 48} = 30\sqrt{12 \cdot 912 \cdot 4} = 30 \cdot 12 \cdot 6 = 2160. \end{aligned}$$