

Вычисление длин и площадей

1. Площадь прямоугольного земельного участка равна 9 га, ширина участка равна 150 м. Найдите длину этого участка в метрах.

Решение.

Переведем площадь участка в квадратные метры: 9 га = 90 000 м².

Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон. Поэтому, длина участка равна: 90 000 : 150 = 600 м.

Ответ: 600.

2. Найдите периметр прямоугольного участка земли, площадь которого равна 800 м² и одна сторона в 2 раза больше другой. Ответ дайте в метрах.

Решение.

Пусть x м — длина одной стороны, тогда длина второй стороны — $2x$. Так как площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон, имеем:

$$2x^2 = 800, \text{ откуда } x = 20.$$

Периметр прямоугольника равен сумме длин всех его сторон. Таким образом,

$$P = (20 + 40) \cdot 2 = 120.$$

Ответ: 120.

3. Сколько досок длиной 3,5 м, шириной 20 см и толщиной 20 мм выйдет из четырехугольной балки длиной 105 дм, имеющей в сечении прямоугольник размером 30 см × 40 см?

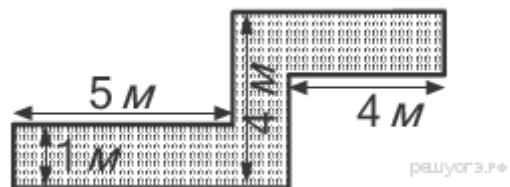
Решение.

Найдем объем доски: $350 \cdot 20 \cdot 2 = 14\,000 \text{ см}^3$. Найдем объем балки: $1050 \cdot 30 \cdot 40 = 1\,260\,000 \text{ см}^3$.

Поэтому количество досок равно $1\,260\,000 : 14\,000 = 90$.

Ответ: 90.

4. Определите, сколько необходимо закупить пленки (в м²) для гидроизоляции садовой дорожки, изображенной на рисунке, если её ширина везде одинакова.



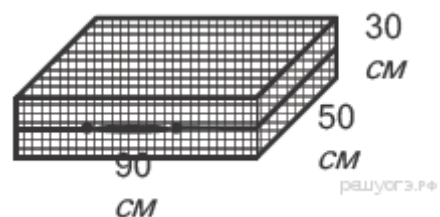
Решение.

Разделим фигуру, изображенную на картинке на 3 прямоугольника. Найдем площадь первого прямоугольника: $5 \cdot 1 = 5 \text{ м}^2$. Найдем площадь второго прямоугольника: $4 \cdot 1 = 4 \text{ м}^2$. Найдем площадь третьего прямоугольника: $4 \cdot 1 = 4 \text{ м}^2$. Сложим все площади: $5 \text{ м}^2 + 4 \text{ м}^2 + 4 \text{ м}^2 = 13 \text{ м}^2$.

Таким образом, потребуется закупить 13 м^2 пленки.

Ответ: 13.

5. Дизайнер Павел получил заказ на декорирование чемодана цветной бумагой. По рисунку определите, сколько бумаги (в см²) необходимо закупить Павлу, чтобы оклеить всю внешнюю поверхность чемодана, если каждую грань он будет обклеивать отдельно (без загибов).



Решение.

Найдем площади всех деталей, которые необходимо обклеить:

$$30 \cdot 50 = 1500 \text{ см}^2$$

$$90 \cdot 30 = 2700 \text{ см}^2$$

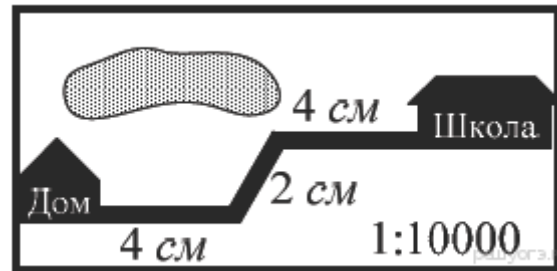
$$90 \cdot 50 = 4500 \text{ см}^2.$$

Так как чемодан имеет по две одинаковых детали, вся площадь, которую необходимо обклеить равна

$$3000 + 5400 + 9000 = 17400 \text{ см}^2.$$

Ответ: 17400.

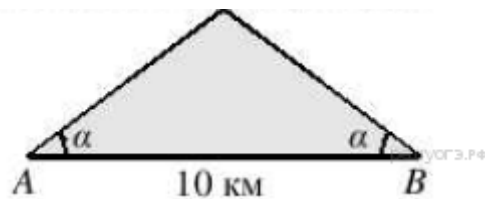
6. На карте показан путь Лены от дома до школы. Лена измерила длину каждого участка и подписала его. Используя рисунок, определите, длину пути (в м), если масштаб 1 см: 10000 см.

**Решение.**

Путь по карте равен $4 + 2 + 4 = 10$ см. Так как масштаб равен 1 : 10000, Лена прошла 100 000 см или 1000 м.

Ответ: 1000.

7. Склоны горы образуют с горизонтом угол α , косинус которого равен 0,8. Расстояние по карте между точками A и B равно 10 км. Определите длину пути между этими точками через вершину горы.

**Решение.**

Гора имеет форму равнобедренного треугольника. Пусть x км — длина склона горы. Тогда

$$\cos \alpha = \frac{AB}{2x}, \text{ откуда}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{5}{x} \Leftrightarrow x = 6,25.$$

Таким образом, путь через вершину горы равен 12,5 км.

Ответ: 12,5.

8. Глубина бассейна составляет 2 метра, ширина — 10 метров, а длина — 25 метров. Найдите суммарную площадь боковых стен и дна бассейна (в квадратных метрах).

Решение.

Дно и стены бассейна — прямоугольники, поэтому площадь дна бассейна равна $10 \cdot 25 = 250 \text{ м}^2$, а площадь четырех его стен равна $2 \cdot (2 \cdot 10 + 2 \cdot 25) = 140 \text{ м}^2$. Тем самым, общая площадь равна 390 м^2 .

Ответ: 390.

9. Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 4 м и 9 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 10 см и 25 см. Сколько потребуется таких дощечек?

Решение.

Площадь всей комнаты равна $4 \cdot 9 = 36 \text{ м}^2$. Площадь одной дощечки $0,1 \cdot 0,25 = 0,025 \text{ м}^2$. Получаем, что потребуется $36 : 0,025 = 1440$ дощечек.

Ответ: 1440.

10. Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 20 см, чтобы облицевать ими стену, имеющую форму прямоугольника со сторонами 3 м и 4,4 м?

Решение.

Площадь стены равна $3 \cdot 4,4 = 13,2 \text{ м}^2$. Площадь одной плитки равна $0,2^2 = 0,04 \text{ м}^2$. Получаем, что для облицовки потребуется $13,2 : 0,04 = 330$ плиток.

Ответ: 330.

11. Две трубы, диаметры которых равны 7 см и 24 см, требуется заменить одной, площадь поперечного сечения которой равна сумме площадей поперечных сечений двух данных. Каким должен быть диаметр новой трубы? Ответ дайте в сантиметрах.

Решение.

Поперечное сечение трубы представляет собой окружность, площадь окружности равна $\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$ поэтому суммарная площадь поперечных сечений равна $S_1 + S_2 = \pi \left(\frac{7}{2}\right)^2 + \pi \left(\frac{24}{2}\right)^2 = \pi \frac{625}{4} \text{ см}^2$.

Найдём диаметр новой трубы:

$$S_1 + S_2 = \pi \left(\frac{d_3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow d_3 = 2 \cdot \sqrt{\frac{S_1 + S_2}{\pi}},$$

$$d_3 = 2 \cdot \sqrt{\frac{625}{4}} = 2 \cdot \frac{25}{2} = 25 \text{ см.}$$

Ответ: 25.

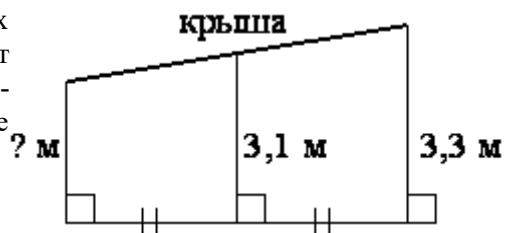
12. Сколько досок длиной 4 м, шириной 20 см и толщиной 30 мм выйдет из бруса длиной 80 дм, имеющего в сечении прямоугольник размером 30 см \times 40 см?

Решение.

Переведём все длины в метры. Объём бруса равен $8 \cdot 0,3 \cdot 0,4 = 0,96 \text{ м}^3$. Объём одной доски $4 \cdot 0,2 \cdot 0,03 = 0,024 \text{ м}^3$. Получаем, что из бруса получится $0,96 : 0,024 = 40$ досок.

Ответ: 40.

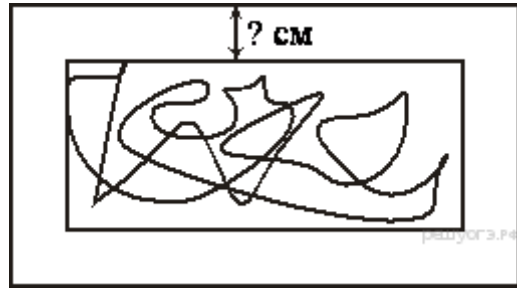
13. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, расположенных на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота средней опоры 3,1 м, высота большей опоры 3,3 м. Найдите высоту малой опоры.

**Решение.**

Данная задача сводится к нахождению одного из оснований трапеции. Пусть длина неизвестного отрезка равна x . По теореме Фаллеса, получаем, что прямые, образованные опорами, отсекают на крыше равные отрезки. Поэтому средняя опора является средней линией трапеции. Средняя линия равна полусумме оснований трапеции: $\frac{x + 3,3}{2} = 3,1$, откуда получаем, что $x = 2,9$.

Ответ: 2,9.

14. Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 19 см и 32 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна 1080 см^2 . Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.



Решение.

Пусть x см — ширина окантовки. Площадь прямоугольника равна произведению сторон., получаем уравнение:

$$(19 + 2x)(32 + 2x) = 1080 \Leftrightarrow 2x^2 + 51x - 236 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -29,5, \\ x = 4. \end{cases}$$

Корень $-29,5$ не подходит по условию задачи, следовательно, ширина окантовки равна 4 см.

Ответ: 4.

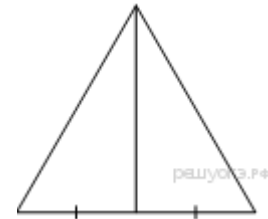
15. Какое наибольшее число коробок в форме прямоугольного параллелепипеда размером $30 \times 50 \times 90$ (см) можно поместить в кузов машины размером $2,4 \times 3 \times 2,7$ (м)?

Решение.

Объём одной коробки равен $0,3 \cdot 0,5 \cdot 0,9 = 0,135$ м³. Объём кузова машины равен $2,4 \cdot 3 \cdot 2,7 = 19,44$ м³. Таким образом, в кузов можно поместить $19,44/0,135 = 144$ коробки.

Ответ: 144.

16. Медиана равностороннего треугольника равна $9\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.



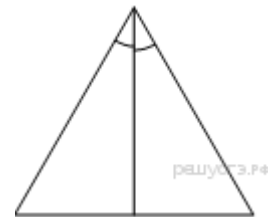
Решение.

Так как треугольник ABC равносторонний, то его медиана BH является и биссектрисой, и высотой. Тогда треугольник ABH - прямоугольный. Тогда:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + BH^2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}AB^2 = BH^2 \Leftrightarrow AB = \sqrt{\frac{4}{3}BH^2} = \frac{2}{\sqrt{3}}BH = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 9\sqrt{3} = 18$$

Ответ: 18

17. Сторона равностороннего треугольника равна $10\sqrt{3}$. Найдите биссектрису этого треугольника.



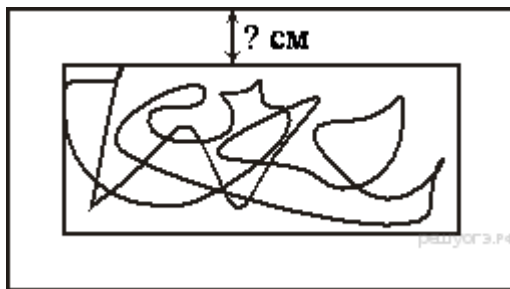
Решение.

Так как треугольник ABC равносторонний, то его биссектриса BH является и медианой, и высотой. Тогда треугольник ABH - прямоугольный. Тогда:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + BH^2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}AB^2 = BH^2 \Leftrightarrow BH = \sqrt{\frac{3}{4}AB^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 10\sqrt{3} = 15$$

Ответ: 15

18. Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 11 см и 13 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна 675 см^2 . Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.

**Решение.**

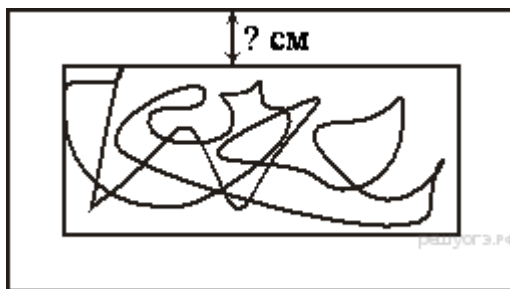
Пусть x см — ширина окантовки. Площадь прямоугольника равна произведению сторон., получаем уравнение:

$$(11 + 2x)(13 + 2x) = 675 \Leftrightarrow x^2 + 12x - 133 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -19, \\ x = 7. \end{cases}$$

Корень -19 не подходит по условию задачи, следовательно, ширина окантовки равна 7 см.

Ответ: 7.

19. Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 12 см и 32 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна 684 см^2 . Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.

**Решение.**

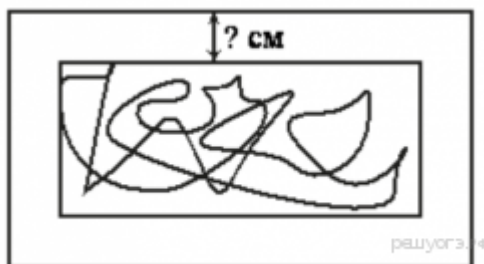
Пусть x см — ширина окантовки. Площадь прямоугольника равна произведению сторон., получаем уравнение:

$$(12 + 2x)(32 + 2x) = 684 \Leftrightarrow x^2 + 22x - 75 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -25, \\ x = 3. \end{cases}$$

Корень -25 не подходит по условию задачи, следовательно, ширина окантовки равна 3 см.

Ответ: 3.

20. Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 14 см и 27 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна 558 см^2 . Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.



Решение.

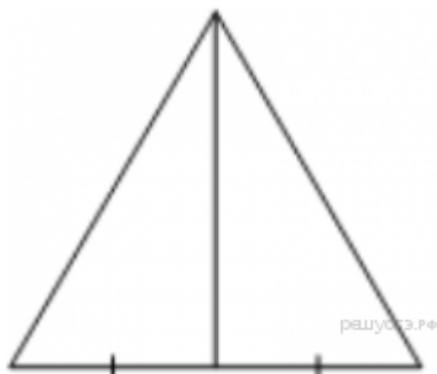
Пусть x см — ширина окантовки. Площадь прямоугольника равна произведению сторон., получаем уравнение:

$$(14 + 2x)(27 + 2x) = 558 \Leftrightarrow 2x^2 + 41x - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = -22,5. \end{cases}$$

Корень $-22,5$ не подходит по условию задачи, следовательно, ширина окантовки равна 2 см.

Ответ: 2.

21. Сторона равностороннего треугольника равна $16\sqrt{3}$. Найдите медиану этого треугольника.



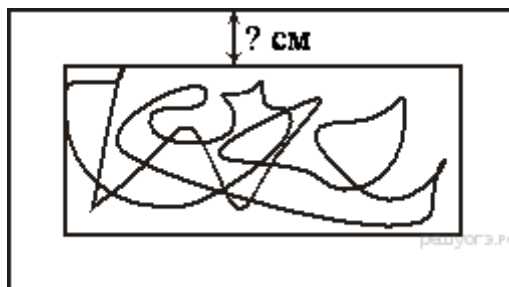
Решение.

Так как треугольник ABC равносторонний, то его медиана BH является и биссектрисой, и высотой. Тогда треугольник ABH - прямоугольный. Тогда:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + BH^2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}AB^2 = BH^2 \Leftrightarrow BH = \sqrt{\frac{3}{4}AB^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 16\sqrt{3} = 24$$

Ответ: 24

22. Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 24 см и 38 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна 1976 см^2 . Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.



Решение.

Пусть x см — ширина окантовки. Площадь прямоугольника равна произведению сторон., получаем уравнение:

$$(24 + 2x)(38 + 2x) = 1976 \Leftrightarrow x^2 + 31x - 266 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7, \\ x = -38. \end{cases}$$

Корень -38 не подходит по условию задачи, следовательно, ширина окантовки равна 7 см.

Ответ: 7.

23. Какое наибольшее число коробок в форме прямоугольного параллелепипеда размером $40 \times 80 \times 100$ (см) можно поместить в кузов машины размером $3,2 \times 3,2 \times 8$ (м)?

Решение.

Объём одной коробки равен $0,4 \cdot 0,8 \cdot 1 = 0,32 \text{ м}^3$. Объём кузова машины равен $3,2 \cdot 3,2 \cdot 8 = 81,92 \text{ м}^3$. Таким образом, в кузов можно поместить $81,92/0,32 = 256$ коробок.

Ответ: 256.