

## Вычисление длин и площадей

1. Площадь прямоугольного земельного участка равна 9 га, ширина участка равна 150 м. Найдите длину этого участка в метрах.

**Решение.**

Переведем площадь участка в квадратные метры: 9 га = 90 000 м<sup>2</sup>.

Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон. Поэтому, длина участка равна: 90 000 : 150 = 600 м.

Ответ: 600.

2. Найдите периметр прямоугольного участка земли, площадь которого равна 800 м<sup>2</sup> и одна сторона в 2 раза больше другой. Ответ дайте в метрах.

**Решение.**

Пусть  $x$  м — длина одной стороны, тогда длина второй стороны —  $2x$ . Так как площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон, имеем:

$$2x^2 = 800, \text{ откуда } x = 20.$$

Периметр прямоугольника равен сумме длин всех его сторон. Таким образом,

$$P = (20 + 40) \cdot 2 = 120.$$

Ответ: 120.

3. Сколько досок длиной 3,5 м, шириной 20 см и толщиной 20 мм выйдет из четырехугольной балки длиной 105 дм, имеющей в сечении прямоугольник размером 30 см × 40 см?

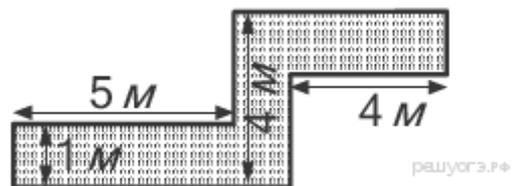
**Решение.**

Найдем объем доски:  $350 \cdot 20 \cdot 2 = 14\,000 \text{ см}^3$ . Найдем объем балки:  $1050 \cdot 30 \cdot 40 = 1\,260\,000 \text{ см}^3$ .

Поэтому количество досок равно  $1\,260\,000 : 14\,000 = 90$ .

Ответ: 90.

4. Определите, сколько необходимо закупить пленки (в м<sup>2</sup>) для гидроизоляции садовой дорожки, изображенной на рисунке, если её ширина везде одинакова.



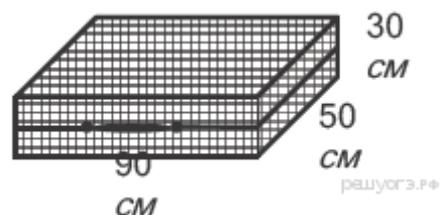
**Решение.**

Разделим фигуру, изображенную на картинке на 3 прямоугольника. Найдем площадь первого прямоугольника:  $5 \cdot 1 = 5 \text{ м}^2$ . Найдем площадь второго прямоугольника:  $4 \cdot 1 = 4 \text{ м}^2$ . Найдем площадь третьего прямоугольника:  $4 \cdot 1 = 4 \text{ м}^2$ . Сложим все площади:  $5 \text{ м}^2 + 4 \text{ м}^2 + 4 \text{ м}^2 = 13 \text{ м}^2$ .

Таким образом, потребуется закупить  $13 \text{ м}^2$  пленки.

Ответ: 13.

5. Дизайнер Павел получил заказ на декорирование чемодана цветной бумагой. По рисунку определите, сколько бумаги (в см<sup>2</sup>) необходимо закупить Павлу, чтобы оклеить всю внешнюю поверхность чемодана, если каждую грань он будет обклеивать отдельно (без загибов).



**Решение.**

Найдем площади всех деталей, которые необходимо обклеить:

$$30 \cdot 50 = 1500 \text{ см}^2$$

$$90 \cdot 30 = 2700 \text{ см}^2$$

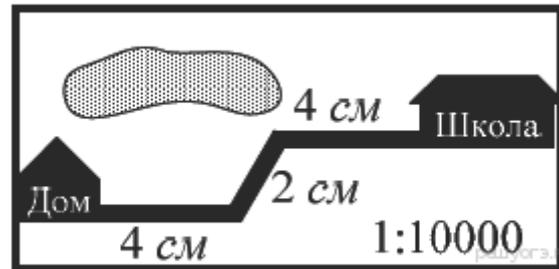
$$90 \cdot 50 = 4500 \text{ см}^2.$$

Так как чемодан имеет по две одинаковых детали, вся площадь, которую необходимо обклеить равна

$$3000 + 5400 + 9000 = 17400 \text{ см}^2.$$

Ответ: 17400.

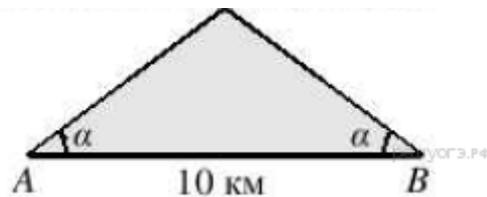
6. На карте показан путь Лены от дома до школы. Лена измерила длину каждого участка и подписала его. Используя рисунок, определите, длину пути (в м), если масштаб 1 см: 10000 см.

**Решение.**

Путь по карте равен  $4 + 2 + 4 = 10$  см. Так как масштаб равен 1 : 10000, Лена прошла 100 000 см или 1000 м.

Ответ: 1000.

7. Склоны горы образуют с горизонтом угол  $\alpha$ , косинус которого равен 0,8. Расстояние по карте между точками  $A$  и  $B$  равно 10 км. Определите длину пути между этими точками через вершину горы.

**Решение.**

Гора имеет форму равнобедренного треугольника. Пусть  $x$  км — длина склона горы. Тогда

$$\cos \alpha = \frac{AB}{2x}, \text{ откуда}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{5}{x} \Leftrightarrow x = 6,25.$$

Таким образом, путь через вершину горы равен 12,5 км.

Ответ: 12,5.

8. Глубина бассейна составляет 2 метра, ширина — 10 метров, а длина — 25 метров. Найдите суммарную площадь боковых стен и дна бассейна (в квадратных метрах).

**Решение.**

Дно и стены бассейна — прямоугольники, поэтому площадь дна бассейна равна  $10 \cdot 25 = 250 \text{ м}^2$ , а площадь четырех его стен равна  $2 \cdot (2 \cdot 10 + 2 \cdot 25) = 140 \text{ м}^2$ . Тем самым, общая площадь равна  $390 \text{ м}^2$ .

Ответ: 390.

9. Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 4 м и 9 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 10 см и 25 см. Сколько потребуется таких дощечек?

**Решение.**

Площадь всей комнаты равна  $4 \cdot 9 = 36 \text{ м}^2$ . Площадь одной дощечки  $0,1 \cdot 0,25 = 0,025 \text{ м}^2$ . Получаем, что потребуется  $36 : 0,025 = 1440$  дощечек.

Ответ: 1440.

**10.** Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 20 см, чтобы облицевать ими стену, имеющую форму прямоугольника со сторонами 3 м и 4,4 м?

**Решение.**

Площадь стены равна  $3 \cdot 4,4 = 13,2 \text{ м}^2$ . Площадь одной плитки равна  $0,2^2 = 0,04 \text{ м}^2$ . Получаем, что для облицовки потребуется  $13,2 : 0,04 = 330$  плиток.

Ответ: 330.

**11.** Две трубы, диаметры которых равны 7 см и 24 см, требуется заменить одной, площадь поперечного сечения которой равна сумме площадей поперечных сечений двух данных. Каким должен быть диаметр новой трубы? Ответ дайте в сантиметрах.

**Решение.**

Поперечное сечение трубы представляет собой окружность, площадь окружности равна  $\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$  поэтому суммарная площадь поперечных сечений равна  $S_1 + S_2 = \pi \left(\frac{7}{2}\right)^2 + \pi \left(\frac{24}{2}\right)^2 = \pi \frac{625}{4} \text{ см}^2$ .

Найдём диаметр новой трубы:

$$S_1 + S_2 = \pi \left(\frac{d_3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow d_3 = 2 \cdot \sqrt{\frac{S_1 + S_2}{\pi}},$$

$$d_3 = 2 \cdot \sqrt{\frac{625}{4}} = 2 \cdot \frac{25}{2} = 25 \text{ см.}$$

Ответ: 25.

**12.** Сколько досок длиной 4 м, шириной 20 см и толщиной 30 мм выйдет из бруса длиной 80 дм, имеющего в сечении прямоугольник размером 30 см  $\times$  40 см?

**Решение.**

Переведём все длины в метры. Объём бруса равен  $8 \cdot 0,3 \cdot 0,4 = 0,96 \text{ м}^3$ . Объём одной доски  $4 \cdot 0,2 \cdot 0,03 = 0,024 \text{ м}^3$ . Получаем, что из бруса получится  $0,96 : 0,024 = 40$  досок.

Ответ: 40.

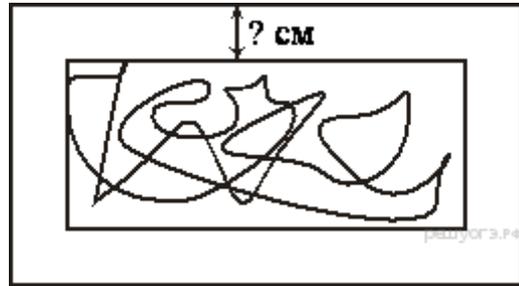
**13.** Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, расположенных на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота средней опоры 3,1 м, высота большей опоры 3,3 м. Найдите высоту малой опоры.

**Решение.**

Данная задача сводится к нахождению одного из оснований трапеции. Пусть длина неизвестного отрезка равна  $x$ . По теореме Фаллеса, получаем, что прямые, образованные опорами, отсекают на крыше равные отрезки. Поэтому средняя опора является средней линией трапеции. Средняя линия равна полусумме оснований трапеции:  $\frac{x + 3,3}{2} = 3,1$ , откуда получаем, что  $x = 2,9$ .

Ответ: 2,9.

**14.** Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 19 см и 32 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна  $1080 \text{ см}^2$ . Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.



**Решение.**

Пусть  $x$  см — ширина окантовки. Площадь прямоугольника равна произведению сторон., получаем уравнение:

$$(19 + 2x)(32 + 2x) = 1080 \Leftrightarrow 2x^2 + 51x - 236 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -29,5, \\ x = 4. \end{cases}$$

Корень  $-29,5$  не подходит по условию задачи, следовательно, ширина окантовки равна 4 см.

Ответ: 4.

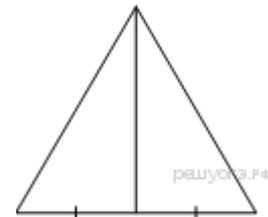
**15.** Какое наибольшее число коробок в форме прямоугольного параллелепипеда размером  $30 \times 50 \times 90$  (см) можно поместить в кузов машины размером  $2,4 \times 3 \times 2,7$  (м)?

**Решение.**

Объём одной коробки равен  $0,3 \cdot 0,5 \cdot 0,9 = 0,135 \text{ м}^3$ . Объём кузова машины равен  $2,4 \cdot 3 \cdot 2,7 = 19,44 \text{ м}^3$ . Таким образом, в кузов можно поместить  $19,44/0,135 = 144$  коробки.

Ответ: 144.

**16.** Медиана равностороннего треугольника равна  $9\sqrt{3}$ . Найдите сторону этого треугольника.



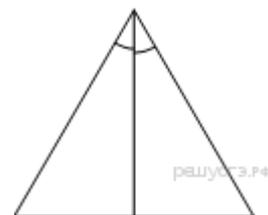
**Решение.**

Так как треугольник  $ABC$  равносторонний, то его медиана  $BH$  является и биссектрисой, и высотой. Тогда треугольник  $ABH$  - прямоугольный. Тогда:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + BH^2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}AB^2 = BH^2 \Leftrightarrow AB = \sqrt{\frac{4}{3}BH^2} = \frac{2}{\sqrt{3}}BH = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 9\sqrt{3} = 18$$

Ответ: 18

**17.** Сторона равностороннего треугольника равна  $10\sqrt{3}$ . Найдите биссектрису этого треугольника.



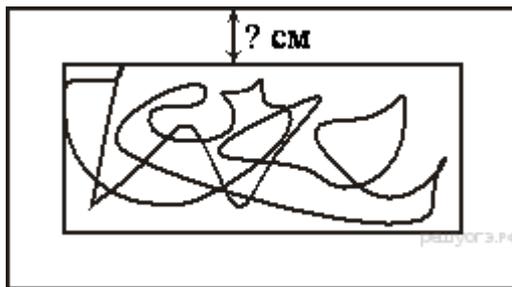
**Решение.**

Так как треугольник  $ABC$  равносторонний, то его биссектриса  $BH$  является и медианой, и высотой. Тогда треугольник  $ABH$  - прямоугольный. Тогда:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + BH^2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}AB^2 = BH^2 \Leftrightarrow BH = \sqrt{\frac{3}{4}AB^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 10\sqrt{3} = 15$$

Ответ: 15

18. Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 11 см и 13 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна  $675 \text{ см}^2$ . Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.

**Решение.**

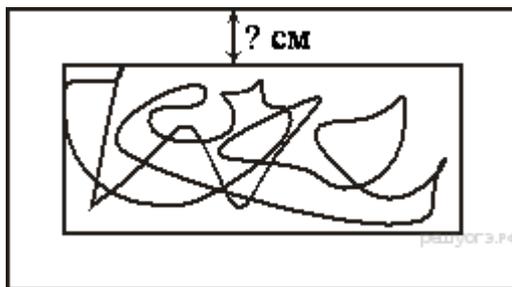
Пусть  $x$  см — ширина окантовки. Площадь прямоугольника равна произведению сторон., получаем уравнение:

$$(11 + 2x)(13 + 2x) = 675 \Leftrightarrow x^2 + 12x - 133 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -19, \\ x = 7. \end{cases}$$

Корень  $-19$  не подходит по условию задачи, следовательно, ширина окантовки равна 7 см.

Ответ: 7.

19. Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 12 см и 32 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна  $684 \text{ см}^2$ . Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.

**Решение.**

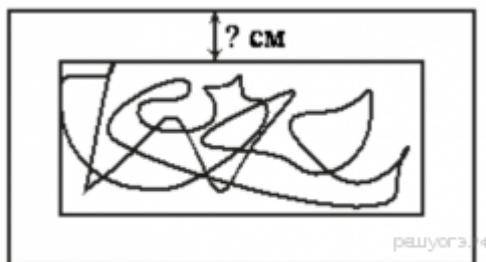
Пусть  $x$  см — ширина окантовки. Площадь прямоугольника равна произведению сторон., получаем уравнение:

$$(12 + 2x)(32 + 2x) = 684 \Leftrightarrow x^2 + 22x - 75 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -25, \\ x = 3. \end{cases}$$

Корень  $-25$  не подходит по условию задачи, следовательно, ширина окантовки равна 3 см.

Ответ: 3.

20. Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 14 см и 27 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна  $558 \text{ см}^2$ . Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.



**Решение.**

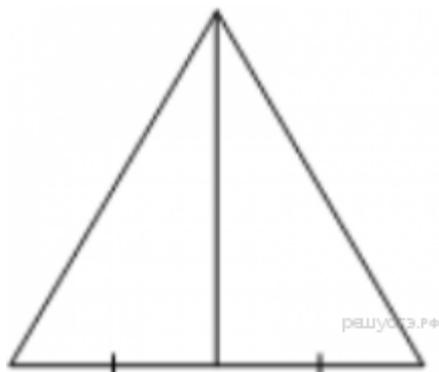
Пусть  $x$  см — ширина окантовки. Площадь прямоугольника равна произведению сторон., получаем уравнение:

$$(14 + 2x)(27 + 2x) = 558 \Leftrightarrow 2x^2 + 41x - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = -22,5. \end{cases}$$

Корень  $-22,5$  не подходит по условию задачи, следовательно, ширина окантовки равна 2 см.

Ответ: 2.

21. Сторона равностороннего треугольника равна  $16\sqrt{3}$ . Найдите медиану этого треугольника.



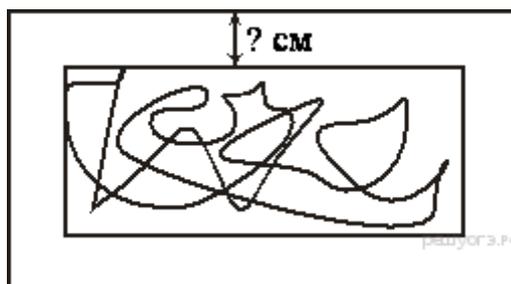
**Решение.**

Так как треугольник  $ABC$  равносторонний, то его медиана  $BH$  является и биссектрисой, и высотой. Тогда треугольник  $ABH$  - прямоугольный. Тогда:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + BH^2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}AB^2 = BH^2 \Leftrightarrow BH = \sqrt{\frac{3}{4}AB^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 16\sqrt{3} = 24$$

Ответ: 24

22. Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 24 см и 38 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна  $1976 \text{ см}^2$ . Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.



**Решение.**

Пусть  $x$  см — ширина окантовки. Площадь прямоугольника равна произведению сторон., получаем уравнение:

$$(24 + 2x)(38 + 2x) = 1976 \Leftrightarrow x^2 + 31x - 266 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7, \\ x = -38. \end{cases}$$

Корень  $-38$  не подходит по условию задачи, следовательно, ширина окантовки равна 7 см.

Ответ: 7.

**23.** Какое наибольшее число коробок в форме прямоугольного параллелепипеда размером  $40 \times 80 \times 100$  (см) можно поместить в кузов машины размером  $3,2 \times 3,2 \times 8$  (м)?

**Решение.**

Объём одной коробки равен  $0,4 \cdot 0,8 \cdot 1 = 0,32 \text{ м}^3$ . Объём кузова машины равен  $3,2 \cdot 3,2 \cdot 8 = 81,92 \text{ м}^3$ . Таким образом, в кузов можно поместить  $81,92/0,32 = 256$  коробок.

Ответ: 256.