

Линейные уравнения

1. Длину окружности l можно вычислить по формуле $l = 2\pi R$, где R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус окружности, если её длина равна 78 м. (Считать $\pi = 3$).

Решение.

Выразим радиус из формулы длины окружности:

$$R = \frac{l}{2\pi}$$

Подставляя, получаем:

$$R = \frac{l}{2\pi} = \frac{78}{6} = 13.$$

Ответ: 13.

2. Площадь ромба S (в м^2) можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}d_1d_2$, где d_1 , d_2 — диагонали ромба (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите диагональ d_1 , если диагональ d_2 равна 30 м, а площадь ромба 120 м^2 .

Решение.

Подставим в формулу известные величины:

$$120 = \frac{1}{2}d_1 \cdot 30 \Leftrightarrow 15d_1 = 120 \Leftrightarrow d_1 = 8 \text{ м.}$$

Ответ: 8.

3. Площадь треугольника S (в м^2) можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}ah$, где a — сторона треугольника, h — высота, проведенная к этой стороне (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите сторону a , если площадь треугольника равна 28 м^2 , а высота h равна 14 м.

Решение.

Выразим сторону a из формулы площади треугольника:

$$a = \frac{2S}{h}.$$

Подставляя, получаем:

$$a = \frac{2S}{h} = \frac{56}{14} = 4.$$

Ответ: 4.

4. Площадь трапеции S (в м^2) можно вычислить по формуле $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, где a , b — основания трапеции, h — высота (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите высоту h , если основания трапеции равны 5 м и 7 м, а её площадь 24 м^2 .

Решение.

Выразим высоту трапеции из формулы площади:

$$h = \frac{2S}{a+b}.$$

Подставляя, получаем:

$$h = \frac{2S}{a+b} = \frac{48}{12} = 4.$$

Ответ: 4.

Приведём другое решение.

Подставим в формулу известные значения величин:

$$\frac{5+7}{2}h = 24 \Leftrightarrow 6h = 24 \Leftrightarrow h = 4 \text{ м.}$$

5. Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности можно найти по формуле $r = \frac{a+b-c}{2}$, где a и b — катеты, а c — гипотенуза треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите b , если $r = 1,2$; $c = 6,8$ и $a = 6$.

Решение.

Подставим в формулу известные значения величин:

$$\frac{6+b-6,8}{2} = 1,2 \Leftrightarrow b-0,8 = 2,4 \Leftrightarrow b = 3,2$$

Ответ: 3,2.

6. Объём пирамиды вычисляют по формуле $V = \frac{1}{3}Sh$, где S — площадь основания пирамиды, h — её высота. Объём пирамиды равен 40, площадь основания 15. Чему равна высота пирамиды?

Решение.

Выразим высоту пирамиды из формулы для её объема:

$$h = \frac{3V}{S}.$$

Подставляя, получаем:

$$h = \frac{3V}{S} = \frac{120}{15} = 8.$$

Ответ: 8.

7. Площадь любого выпуклого четырехугольника можно вычислять по формуле $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \alpha$, где d_1 , d_2 — длины его диагоналей, а α угол между ними. Вычислите $\sin \alpha$, если $S = 21$, $d_1 = 7$, $d_2 = 15$.

Решение.

Выразим $\sin \alpha$:

$$\sin \alpha = \frac{2S}{d_1 d_2}.$$

Подставляя, получаем:

$$\sin \alpha = \frac{42}{105} = 0,4.$$

Ответ: 0,4.

8. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия ($t^{\circ}\text{C}$) в шкалу Фаренгейта ($t^{\circ}\text{F}$), пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует 6° по шкале Фаренгейта? Ответ округлите до десятых.

Решение.

Подставим в формулу значение переменной F :

$$6 = 1,8 \cdot C + 32 \Leftrightarrow C = \frac{6 - 32}{1,8} = -14, (4) \approx -14,4.$$

Ответ: $-14,4$.

9. Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите расстояние R (в метрах), если угловая скорость равна 3 с^{-1} , а центробежное ускорение равно 45 м/с^2 .

Решение.

Выразим радиус окружности: $R = \frac{a}{\omega^2}$. Подставим значения переменных a и ω :

$$R = \frac{45}{3^2} = \frac{45}{9} = 5.$$

Ответ: 5.

10. Из закона всемирного тяготения $F = G \frac{mM}{r^2}$ выразите массу m и найдите её величину (в килограммах), если $F = 13,4 \text{ Н}$, $r = 5 \text{ м}$, $M = 5 \cdot 10^9 \text{ кг}$ и гравитационная постоянная $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$.

Решение.

Выразим массу: $m = \frac{r^2 \cdot F}{G \cdot M}$. Подставим значения переменных:

$$m = \frac{5^2 \cdot 13,4}{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 5 \cdot 10^9} = \frac{5 \cdot 13,4 \cdot 100}{6,7} = 1000.$$

Ответ: 1000.

11. Полную механическую энергию тела (в джоулях) можно вычислить по формуле $E = \frac{mv^2}{2} + mgh$, где m — масса тела (в килограммах), v — его скорость (в м/с), h — высота положения центра масс тела над произвольно выбранным нулевым уровнем (в метрах), а g — ускорение свободного падения (в м/с^2). Пользуясь этой формулой, найдите h (в метрах), если $E = 250 \text{ Дж}$, $v = 5 \text{ м/с}$, $m = 4 \text{ кг}$, а $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение.

Выразим высоту: $h = \frac{E - \frac{mv^2}{2}}{mg}$. Подставим значения переменных:

$$h = \frac{250 - 4 \cdot 5^2 : 2}{4 \cdot 10} = \frac{200}{40} = 5 \text{ м.}$$

Ответ: 5.

12. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 150 ватт, а сила тока равна 5 амперам.

Решение.

Выразим сопротивление из формулы для мощности: $P = I^2 R \Leftrightarrow R = \frac{P}{I^2}$.

Подставляя, получаем:

$$R = \frac{150}{5^2} = \frac{150}{25} = 6.$$

Ответ: 6.

13. Автомобиль проехал 200 километров и израсходовал при этом a литров бензина. Сколько литров бензина потребуется, чтобы проехать 37 километров при таких же условиях езды? Запишите соответствующее выражение.

Решение.

Расход бензина составляет $a : 200 = 0,005a$ л/км. Значит, чтобы проехать 37 километров при тех же условиях езды, потребуется $0,005a \cdot 37 = 0,185a$ л бензина.

Ответ: $0,185a$.

14. Закон Кулона можно записать в виде $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$, где F — сила взаимодействия зарядов (в ньютонах), q_1 и q_2 — величины зарядов (в кулонах), k — коэффициент пропорциональности (в $\text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$), а r — расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найдите величину заряда q_1 (в кулонах), если $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$, $q_2 = 0,004 \text{ Кл}$, $r = 3000 \text{ м}$, а $F = 0,016 \text{ Н}$.

Решение.

Выразим заряд q_1 из закона Кулона:

$$q_1 = \frac{F r^2}{k q_2}.$$

Подставляя, получаем:

$$q_1 = \frac{0,016 \cdot 3000^2}{9 \cdot 10^9 \cdot 0,004} = \frac{16 \cdot 10^{-3} \cdot 9 \cdot 10^6}{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^{-3} = 0,004 \text{ Кл.}$$

Ответ: 0,004.

15. Закон всемирного тяготения можно записать в виде $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где F — сила притяжения между телами (в ньютонах), m_1 и m_2 — массы тел (в килограммах), r — расстояние между центрами масс (в метрах), а γ — гравитационная постоянная, равная $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$. Пользуясь формулой, найдите массу тела m_1 (в килограммах), если $F = 33,35 \text{ Н}$, $m_2 = 5 \cdot 10^8 \text{ кг}$, а $r = 2 \text{ м}$.

Решение.

Выразим заряд m_1 из закона всемирного тяготения:

$$m_1 = \frac{Fr^2}{\gamma m_2}.$$

Подставляя, получаем:

$$m_1 = \frac{33,35 \cdot 2^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5 \cdot 10^8} = \frac{133,4}{6,67 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 4000.$$

Ответ: 4000.

16. Закон Джоуля–Ленца можно записать в виде $Q = I^2 R t$, где Q — количество теплоты (в джоулях), I — сила тока (в амперах), R — сопротивление цепи (в омах), а t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите время t (в секундах), если $Q = 2187$ Дж, $I = 9$ А, $R = 3$ Ом.

Решение.

Выразим время из формулы Джоуля–Ленца: $Q = I^2 R t \Leftrightarrow t = \frac{Q}{I^2 R}$. Подставляя, находим:

$$t = \frac{2187}{9^2 \cdot 3} = 9 \text{ с.}$$

Ответ: 9.

17. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 7$, $\sin \alpha = \frac{2}{7}$, а $S = 4$.

Решение.

Выразим длину диагонали d_1 из формулы для площади четырёхугольника:

$$d_1 = \frac{2S}{d_2 \sin \alpha}.$$

Подставляя, получаем:

$$d_1 = \frac{2 \cdot 4}{7 \cdot \frac{2}{7}} = 4.$$

Ответ: 4.

18. Закон Менделеева–Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P — давление (в паскалях), V — объём (в м³), ν — количество вещества (в молях), T — температура (в градусах Кельвина), а R — универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/(К·моль). Пользуясь этой формулой, найдите температуру T (в градусах Кельвина), если $\nu = 68,2$ моль, $P = 37\,782,8$ Па, $V = 6$ м³.

Решение.

Выразим температуру из закона Клапейрона–Менделеева: $PV = \nu RT \Leftrightarrow T = \frac{PV}{\nu R}$.

Подставляя, получаем:

$$T = \frac{37\,782,8 \cdot 6}{68,2 \cdot 8,31} = \frac{377\,828 \cdot 600}{682 \cdot 831} = \frac{377\,828 \cdot 100}{341 \cdot 277} = \frac{31\,348 \cdot 100}{34 \cdot 277} = 400.$$

Ответ: 400.