

## Движение по прямой

1. Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода и встретились в 9 км от  $A$ . Найдите скорость пешехода, шедшего из  $A$ , если известно, что он шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем пешеход, шедший из  $B$ , и сделал в пути получасовую остановку.

**Решение.**

Пусть скорость пешехода, шедшего из пункта  $A$ , равна  $x$  км/ч. Тогда скорость пешехода, шедшего из пункта  $B$ , равна  $(x - 1)$  км/ч. Время движения пешехода из пункта  $A$  до места встречи  $\frac{9}{x}$  ч на полчаса меньше, чем время движения другого пешехода  $\frac{10}{x-1}$  ч. Составим уравнение:  $\frac{10}{x-1} - \frac{9}{x} = 0,5$ . После преобразования оно примет вид:  $x^2 - 3x - 18 = 0$ . Корни уравнения 6 и  $-3$ . Значит, скорость пешехода, шедшего из  $A$ , равна 6 км/ч.

Ответ: 6.

2. Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расстояние между которыми 19 км, вышел пешеход. Через полчаса навстречу ему из пункта  $B$  вышел турист и встретил пешехода в 9 км от  $B$ . Турист шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем пешеход. Найдите скорость пешехода, шедшего из  $A$ .

**Решение.**

Пусть скорость пешехода, шедшего из пункта  $A$ , равна  $x$  км/ч. Тогда скорость туриста равна  $(x + 1)$  км/ч. Время движения пешехода до места встречи  $\frac{10}{x}$  ч на полчаса больше, чем время движения туриста  $\frac{9}{x+1}$  ч. Составим уравнение:  $\frac{10}{x} - \frac{9}{x+1} = 0,5$ . После преобразования оно примет вид:  $x^2 - x - 20 = 0$ . Корни уравнения 5 и  $-4$ . Значит, скорость пешехода равна 5 км/ч.

Ответ: 5.

3. Расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно 375 км. Город  $C$  находится между городами  $A$  и  $B$ . Из города  $A$  в город  $B$  выехал автомобиль, а через 1 час 30 минут следом за ним со скоростью 75 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе  $C$  и повернул обратно. Когда он вернулся в  $A$ , автомобиль прибыл в  $B$ . Найдите расстояние от  $A$  до  $C$ .

**Решение.**

Обозначим скорость (в км/ч) автомобиля за  $v$ , а время (в часах), за которое мотоцикл проезжает от  $A$  до  $C$  за  $t$ . Тогда имеем  $75t = v(t + \frac{3}{2})$ , откуда  $v = \frac{150t}{2t+3}$ . Поскольку весь путь от  $A$  до  $B$  автомобиль преодолел за время  $2t + \frac{3}{2}$ , получаем:

$$v(2t + \frac{3}{2}) = 375; \frac{150t}{2t+3} \cdot (2t + \frac{3}{2}) = 375; 300t^2 + 225t = 750t + 1125; 4t^2 - 7t - 15 = 0,$$

откуда  $t = 3$ . Значит, расстояние от  $A$  до  $C$  равно  $75 \cdot 3 = 225$  (км).

Ответ: 225 км.

4. Расстояние между пристанями  $A$  и  $B$  равно 126 км. Из  $A$  в  $B$  по течению реки отправился плот, а через 1 час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт  $B$ , тотчас повернула обратно и возвратилась в  $A$ . К этому времени плот прошел 34 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

**Решение.**

Обозначим искомую скорость (в км/ч) за  $v$ . Плот прошёл 34 км, значит, он плыл 17 часов, а яхта 16 часов. Таким образом, имеем:

$$\frac{126}{v+2} + \frac{126}{v-2} = 16; \quad 126v - 252 + 126v + 252 = 16v^2 - 64; \quad 8v^2 - 126v - 32 = 0,$$

откуда находим  $v = 16$ .

Ответ: 16 км/ч.

5. Расстояние между городами А и В равно 750 км. Из города А в город В со скоростью 50 км/ч выехал первый автомобиль, а через три часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся?

**Решение.**

За первые три часа пути автомобиль, выехавший из города А, проехал 150 километров и расстояние от него до города В стало равным 600 км. Далее, скорость сближения двух автомобилей равна 120 км/ч, значит, они встретятся через 5 часов после выезда второго автомобиля. Таким образом, первый автомобиль до встречи находился в пути 8 часов, и проехал за это время 400 километров.

Ответ: 400 км.

6. Расстояние между городами А и В равно 490 км. Из города А в город В со скоростью 55 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 90 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся?

**Решение.**

За первый час пути автомобиль, выехавший из города А, проехал 55 километров и расстояние от него до города В стало равным 435 км. Далее, скорость сближения двух автомобилей равна 145 км/ч, значит, они встретятся через 3 часа после выезда второго автомобиля. Таким образом, первый автомобиль до встречи находился в пути 4 часов, и проехал за это время 220 километров.

Ответ: 220 км.

7. Железнодорожный состав длиной в 1 км прошёл бы мимо столба за 1 мин., а через туннель (от входа локомотива до выхода последнего вагона) при той же скорости — за 3 мин. Какова длина туннеля (в км)?

**Решение.**

Поезд проходит через туннель за 3 минуты, при этом за одну минуту поезд проходит мимо выхода из туннеля, следовательно, от входа локомотива в туннель до выхода проходит 2 минуты. Мимо столба поезд длиной 1 км проходит за 1 минуту, поэтому его скорость равна 1 км/мин. Значит, за 2 минуты поезд пройдёт 2 км, поэтому длина туннеля равна 2 км.

Ответ: 2.

8. Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отдалился, если скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

**Решение.**

Пусть искомое расстояние равно  $x$  км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывёт от места отправления до места назначения и обратно, равно  $\frac{x}{4} + \frac{x}{8}$  часа. Из условия задачи следует, что это время равно 3 часа.

Составим уравнение:  $\frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 3$ . Решив уравнение, получим  $x = 8$ .

Ответ: 8 км.

9. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 13 км, вышел пешеход. Одновременно с ним из В в А выехал велосипедист. Велосипедист ехал со скоростью, на 11 км/ч большей скорости пешехода, и сделал в пути получасовую остановку. Найдите скорость пешехода, если известно, что они встретились в 8 км от пункта В.

**Решение.**

Пусть скорость пешехода —  $x$  км/ч, тогда скорость велосипедиста равна  $(x + 11)$  км/ч. Пешеход прошёл свою часть пути за  $\frac{5}{x}$  ч, а велосипедист проделал свой путь за  $\frac{8}{x+11} + \frac{1}{2}$  ч. Эти два времени равны, составим уравнение:

$$\frac{5}{x} = \frac{8}{x+11} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + 17x - 110 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -22, \\ x = 5. \end{cases}$$

Корень  $-22$  не подходит нам по условию задачи. Скорость пешехода равна  $5$  км/ч.

Ответ:  $5$  км/ч.

**10.** Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расстояние между которыми  $27$  км, вышел турист. Через полчаса навстречу ему из пункта  $B$  вышел пешеход и встретил туриста в  $12$  км от  $A$ . Найдите скорость туриста, если известно, что она была на  $2$  км/ч меньше скорости пешехода.

**Решение.**

Пусть скорость туриста —  $x$  км/ч, тогда скорость пешехода равна  $(x + 2)$  км/ч. Пешеход прибудет к месту встречи через  $\frac{15}{x+2} + \frac{1}{2}$  ч, если отсчитывать время от момента начала движения туриста. А турист проделал свой путь за  $\frac{12}{x}$  ч. Эти два времени равны, составим уравнение:

$$\frac{15}{x+2} + \frac{1}{2} = \frac{12}{x} \Leftrightarrow x^2 + 8x - 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12, \\ x = 4. \end{cases}$$

Корень  $-12$  не подходит нам по условию задачи. Скорость туриста равна  $4$  км/ч.

Ответ:  $4$  км/ч.

**11.** Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расстояние между которыми  $34$  км, выехал велосипедист. Одновременно с ним из  $B$  в  $A$  вышел пешеход. Велосипедист ехал со скоростью, на  $8$  км/ч большей скорости пешехода, и сделал в пути получасовую остановку. Найдите скорость велосипедиста, если известно, что они встретились в  $10$  км от пункта  $B$ .

**Решение.**

Пусть скорость пешехода —  $x$  км/ч, тогда скорость велосипедиста равна  $(x + 8)$  км/ч. Пешеход прошёл свою часть пути за  $\frac{10}{x}$  ч, а велосипедист проделал свой путь за  $\frac{24}{x+8} + \frac{1}{2}$  ч. Эти два времени равны, составим уравнение:

$$\frac{10}{x} = \frac{24}{x+8} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + 36x - 160 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -40, \\ x = 4. \end{cases}$$

Корень  $-40$  не подходит нам по условию задачи. Скорость пешехода равна  $4$  км/ч, следовательно, скорость велосипедиста  $12$  км/ч.

Ответ:  $12$  км/ч.

**12.** Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расстояние между которыми  $19$  км, вышел пешеход. Через полчаса навстречу ему из пункта  $B$  вышел турист и встретил пешехода в  $9$  км от  $B$ . Турист шёл со скоростью, на  $1$  км/ч большей, чем пешеход. Найдите скорость пешехода, шедшего из  $A$ .

**Решение.**

Пусть скорость пешехода, шедшего из пункта  $A$ , равна  $x$  км/ч. Тогда скорость туриста равна  $(x+1)$  км/ч. Время движения пешехода до места встречи  $\frac{10}{x}$  ч на полчаса больше, чем время движения туриста  $\frac{9}{x+1}$  ч. Составим уравнение:  $\frac{10}{x} - \frac{9}{x+1} = 0,5$ . После преобразования оно примет вид:  $x^2 - x - 20 = 0$ . Корни уравнения 5 и  $-4$ . Значит, скорость пешехода равна 5 км/ч.

Ответ: 5.

13. Две трубы наполняют бассейн за 6 часов 18 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 9 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

**Решение.**

По условию первая труба за одну минуту наполняет  $\frac{1}{540}$  часть бассейна, а две трубы вместе за одну минуту наполняют  $\frac{1}{378}$  часть бассейна. Таким образом, одна вторая труба за минуту наполняет  $\frac{1}{378} - \frac{1}{540} = \frac{1}{1260}$  часть бассейна, то есть она наполняет весь бассейн за 21 час.

Ответ: 21.

14. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 63 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 3 км/ч пешехода за 57 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

**Решение.**

Пусть длина поезда  $l$  м. Скорость поезда относительно пешехода равна  $63-3=60$  км/ч, или  $\frac{50}{3}$  м/с. Следовательно, поезд проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям пешехода за  $l: \frac{50}{3} = \frac{3l}{50}$  секунд.

Составим и решим уравнение:

$$\frac{3l}{50} = 57; l = 950.$$

Длина поезда составляет 950 м.

Ответ: 950 м.

15. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 57 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 5 км/ч пешехода за 45 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

**Решение.**

Пусть длина поезда  $l$  м. Скорость поезда относительно пешехода равна  $57 - 5 = 52$  км/ч, или  $\frac{130}{9}$  м/с. Следовательно, поезд проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям пешехода за  $l: \frac{130}{9} = \frac{9l}{130}$  секунд.

Составим и решим уравнение:  $\frac{9l}{130} = 45; l = 650$ . Длина поезда составляет 650 м.

Ответ: 650 м.

16. Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 30 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 144 км, скорость первого велосипедиста равна 24 км/ч, скорость второго — 28 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.

**Решение.**

За то время, пока первый велосипедист делал остановку, второй велосипедист проехал  $28 \cdot \frac{30}{60} = 14$  км. Всё остальное время они одновременно находились в пути, значит, второй велосипедист за это время проехал  $\frac{130}{24+28} \cdot 28 = 70$  км. Таким образом, суммарно он проехал 84 км.

Ответ: 84 км.

17. Два велосипедиста одновременно отправляются в 60-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

**Решение.**

Пусть скорость второго велосипедиста равна  $x$  км/ч, тогда скорость первого велосипедиста равна  $x + 10$  км/ч. Время движения второго велосипедиста  $\frac{60}{x}$  ч на 3 часа больше времени движения первого  $\frac{60}{x+10}$  ч. Составим уравнение и решим его:

$$\begin{aligned} \frac{60}{x+10} + 3 = \frac{60}{x} &\Leftrightarrow \frac{60 + 3x + 30}{10 + x} = \frac{60}{x} \Leftrightarrow 90x + 3x^2 = 600 + 60x \Leftrightarrow 3x^2 + 30x - 600 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x^2 + 10x - 200 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 10x - 200 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -20, \\ x = 10. \end{cases} \end{aligned}$$

По условию задачи нам подходят только положительные корни, поэтому скорость второго велосипедиста равна 10 км/ч.

Ответ: 10.

18. Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 18 км/ч. Через час после него со скоростью 16 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 4 часа после этого догнал первого.

**Решение.**

Пусть скорость третьего велосипедиста равна  $v$  км/ч, а  $t$  ч — момент времени, когда он догнал второго велосипедиста. Начало отсчёта времени — момент, когда первый велосипедист начал движение. Тогда к моменту времени  $t$ , когда третий велосипедист догонит второго, второй велосипедист проедет расстояние  $16(t-1)$  км, а третий — расстояние  $v(t-2)$  км. Аналогично: к моменту времени  $t+4$ , когда третий велосипедист догонит первого, первый велосипедист проедет  $18(t+4)$  км, а третий, поскольку он был в пути на два часа меньше, проедет  $v(t+2)$  км. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 16(t-1) = v(t-2), \\ 18(t+4) = v(t+2). \end{cases}$$

Умножим первое уравнение на  $t+2$ , а второе — на  $t-2$  и вычтем первое уравнение из второго:

$$18(t^2 + 2t - 8) - 16(t^2 + t - 2) = 0 \Leftrightarrow 2t^2 + 20t - 112 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 10t - 56 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -14, \\ t = 4. \end{cases}$$

По условию задачи подходит только положительный корень, то есть  $t = 4$ . Подставляя  $t$  во второе уравнение, найдём искомую скорость:

$$18 \cdot 8 = v \cdot 6 \Leftrightarrow v = 24.$$

Ответ: 24 км/ч.

19. Из  $A$  в  $B$  одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 11 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 66 км/ч, в результате чего прибыл в  $B$  одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 40 км/ч.

**Решение.**

Пусть  $S$  — расстояние между  $A$  и  $B$ ,  $x$  км/ч — скорость первого автомобилиста, тогда  $x - 11$  км/ч — скорость второго автомобилиста на первой половине пути. Первый автомобилист проделал весь путь за  $\frac{S}{x}$  часов, а второй за  $\frac{S}{2(x-11)} + \frac{S}{2 \cdot 66}$  часов. Время, за которое они проехали весь путь от  $A$  до  $B$  одинаково, следовательно, можно составить уравнение:

$$\frac{S}{x} = \frac{S}{2(x-11)} + \frac{S}{2 \cdot 66} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{66+x-11}{132(x-11)} \Leftrightarrow x^2 + 55x = 132x - 11 \cdot 132 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 77x + 11 \cdot 132 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 33, \\ x = 44. \end{cases}$$

По условию задачи скорость первого автомобилиста больше 40 км/ч, следовательно, скорость первого автомобилиста равна 44 км/ч.

Ответ: 44.

**20.** Из городов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в  $B$  на 40 минут раньше, чем велосипедист приехал в  $A$ , а встретились они через 15 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из  $B$  в  $A$  велосипедист?

**Решение.**

Пусть  $v_1$  — скорость мотоциклиста,  $v_2$  — скорость велосипедиста. Примем расстояние между городами за единицу. Мотоциклист и велосипедист встретились через 15 минут, то есть через  $\frac{1}{4}$  часа, после выезда, поэтому  $\frac{1}{4}v_1 + \frac{1}{4}v_2 = 1$ . Мотоциклист прибыл в  $B$  на 40 минут раньше, чем велосипедист в  $A$ , откуда  $\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} = \frac{2}{3}$ . Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{4}(v_1 + v_2) = 1, \\ \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = 4 - v_2, \\ \frac{1}{v_2} - \frac{1}{4 - v_2} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = 4 - v_2, \\ \frac{4 - v_2 - v_2}{v_2(4 - v_2)} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = 4 - v_2, \\ v_2^2 - 7v_2 + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = -2, \\ v_2 = 6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} v_1 = 3, \\ v_2 = 1. \end{cases}$$

Скорость мотоциклиста не может быть отрицательной, поэтому скорость велосипедиста равна 1, а время, затраченное на весь путь равно одному часу.

Ответ: 1.

**21.** Первые 5 часов автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 3 часа — со скоростью 100 км/ч, а последние 4 часа — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

**Решение.**

Средняя скорость, это отношение пройденного пути ко времени, за который пройден этот путь. За первые 5 часов автомобиль проехал  $5 \cdot 60 = 300$  км, за следующие три часа —  $3 \cdot 100 = 300$  км и за последние 4 часа —  $4 \cdot 75 = 300$  км. Весь путь составил  $300 + 300 + 300 = 900$  км, а суммарное время движения —  $5 + 3 + 4 = 12$  часов, откуда средняя скорость автомобиля на протяжении всего пути  $900/12 = 75$  км/ч.

Ответ: 75.

**22.** Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 36 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 82 км, скорость первого велосипедиста равна 28 км/ч, скорость второго — 10 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.

**Решение.**

Пусть  $x$  км — расстояние, которое проехал первый велосипедист до места встречи, тогда  $82 - x$  км — расстояние, которое проехал второй велосипедист до места встречи. К моменту встречи первый велосипедист находился в пути  $\frac{x}{28} + \frac{36}{60}$  часов, а второй —  $\frac{82 - x}{10}$  часов. Эти величины равны, составим уравнение:

$$\frac{x}{28} + \frac{3}{5} = \frac{82 - x}{10} \Leftrightarrow \frac{5x + 84}{140} = \frac{82 - x}{10} \Leftrightarrow 50x + 840 = 140(82 - x) \Leftrightarrow 5x + 84 = 14(82 - x) \Leftrightarrow 19x = 1064 \Leftrightarrow x = 56.$$

Таким образом, второй велосипедист проехал  $82 - 56 = 26$  км до места встречи.

Ответ: 26.

**23.** Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставалось 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошёл первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 8 км/ч меньше скорости второго.

**Решение.**

Пусть  $x$  км/ч — скорость первого бегуна, тогда  $x + 8$  км/ч — скорость второго бегуна. Из условия известно, что второй бегун пробежал круг за  $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$  часа, при этом через час после старта первому бегуну оставался 1 км до окончания первого круга, составим уравнение:

$$\frac{2}{3}(x + 8) - 1 \cdot x = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x = \frac{13}{3} \Leftrightarrow x = 13.$$

Таким образом, скорость первого бегуна равна 13 км/ч.

Ответ: 13.

**24.** Первые 300 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 300 км — со скоростью 100 км/ч, а последние 300 км — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

**Решение.**

Средняя скорость — это расстояние, разделённое на время движения. Первый отрезок пути автомобиль проехал за  $300/60 = 5$  часов, второй — за  $300/100 = 3$  часа, третий — за  $300/75 = 4$  часа. Средняя скорость автомобиля на протяжении всего пути составила  $\frac{300 + 300 + 300}{5 + 3 + 4} = 75$  км/ч.

Ответ: 75.

**25.** Расстояние между городами А и В равно 120 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 90 минут следом за ним со скоростью 100 км/ч выехал мотоциклист. Мотоциклист догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он проехал половину пути из С в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С.

**Решение.**

Пусть  $v_A, v_M$  — соответственно скорости автомобилиста и мотоциклиста,  $a, b$  — расстояние соответственно между пунктами  $A$  и  $C$ , и между пунктами  $A$  и  $B$ ,  $t_1$  — время за которое мотоциклист догонит автомобилиста,  $t_2$  — время, за которое автомобилист доедет из пункта  $C$  и пункт  $B$   $\tau$  — время, через которое мотоциклист выезжает за автомобилем. Автомобилист доедет до пункта  $C$  за время  $t_1$ , значит, он проедет расстояние  $v_A t_1 = a$ . До пункта  $B$  он доберётся за время  $t_1 + t_2$ :  $v_A(t_1 + t_2) = b$ . Мотоциклист преодолеет расстояние  $a$  за время  $t_1 - \tau$ :  $(t_1 - \tau)v_M = a$ , а половину расстояния от  $A$  до  $C$  за время  $t_2$ :  $v_M t_2 = \frac{a}{2}$ . Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} v_A t_1 = a, \\ v_A(t_1 + t_2) = b, \\ v_M(t_1 - \tau) = a, \\ v_M t_2 = \frac{a}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_A t_1 = a, \\ v_A(t_1 + t_2) = 120, \\ 100\left(t_1 - \frac{3}{2}\right) = a, \\ 100t_2 = \frac{a}{2}. \end{cases}$$

Из первого и четвёртого уравнений:  $\frac{v_A t_1}{100t_2} = 2 \Leftrightarrow t_2 = t_1 \frac{v_A}{200}$ . Из первого уравнения:  $v_A = \frac{a}{t_1}$ . Из третьего уравнения:  $100t_1 = a + 150 \Leftrightarrow t_1 = \frac{a + 150}{100}$ . Подставляя полученные соотношения во второе уравнение, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{a}{t_1} \left( t_1 + t_1 \frac{v_A}{200} \right) &= 120 \Leftrightarrow a \left( 1 + \frac{a}{200t_1} \right) = 120 \Leftrightarrow a \left( 1 + \frac{a}{2a + 300} \right) = 120 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow a \frac{3a + 300}{2a + 300} = 120 \Leftrightarrow 3a^2 + 300a = 240a + 120 \cdot 300 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow a^2 + 20a - 12000 = 0. \Leftrightarrow \begin{cases} a = -120, \\ a = 100. \end{cases} \end{aligned}$$

По условию задачи подходит только положительный корень, следовательно, расстояние между пунктами  $A$  и  $C$  равно 100 км.

Ответ: 100.

**26.** Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую — со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

**Решение.**

Средняя скорость — это отношение пройденного пути к времени движения. Пусть весь путь составляет  $S$  км, тогда первую половину пути автомобиль проехал за  $\frac{S}{2 \cdot 55}$  часов, а вторую — за  $\frac{S}{2 \cdot 70}$  часов. Средняя скорость автомобиля равна:

$$\frac{S}{\frac{S}{2 \cdot 55} + \frac{S}{2 \cdot 70}} = \frac{2 \cdot 70 \cdot 55}{70 + 55} = \frac{2 \cdot 70 \cdot 55}{125} = \frac{2 \cdot 11 \cdot 14}{5} = 61,6 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 61,6.

**27.** Два автомобиля одновременно отправляются в 240-километровый пробег. Первый едет со скоростью, на 20 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

**Решение.**

Пусть  $x$  км/ч — скорость первого автомобиля, тогда  $x - 20$  км/ч — скорость второго автомобиля. Первый автомобиль прибыл к финишу на 1 час быстрее второго, откуда:

$$\frac{240}{x-20} - \frac{240}{x} = 1 \Leftrightarrow \frac{240x - 240x + 240 \cdot 20}{x(x-20)} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 20x = 4800 \Leftrightarrow x^2 - 20x - 4800 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -60, \\ x = 80. \end{cases}$$

Корень  $-60$  не подходит по условию задачи, следовательно, скорость первого автомобиля равна 80 км/ч.

Ответ: 80.

**28.** Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 60 км. Отдохнув, он отправился обратно в А, увеличив скорость на 10 км/ч. По пути он сделал остановку на 3 часа, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В.

**Решение.**

Пусть  $x$  км/ч — скорость велосипедиста на пути из А в В, тогда  $x + 10$  км/ч — скорость велосипедиста из В в А. На путь туда и обратно велосипедист затратил одинаковое количество времени, при этом, сделав остановку на 3 часа по пути из В в А, откуда:

$$\frac{60}{x} = \frac{60}{x+10} + 3 \Leftrightarrow 60(x+10) = 60x + 3x(x+10) \Leftrightarrow 3x^2 + 30x - 600 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 10x - 200 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -20, \\ x = 10. \end{cases}$$

Корень  $-20$  не подходит по условию задачи, следовательно, скорость велосипедиста на пути из А в В равна 10 км/ч.

Ответ: 10.

**29.** Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

**Решение.**

Пусть  $x$  — скорость реки, тогда  $4x$  — скорость катера в стоячей воде,  $S_1$  — расстояние от А до места встречи,  $S_2$  — расстояние, которое пройдет плот от места встречи до момента возвращения катера в В. Примем расстояние между А и В за единицу. К месту встречи плот и катер прибыли одновременно, откуда  $\frac{S_1}{x} = \frac{1-S_1}{4x-x}$ . За то время, пока катер преодолеет расстояние  $1-S_1$  плот преодолеет расстояние  $S_2$ , откуда  $\frac{1-S_1}{5x} = \frac{S_2}{x}$ . Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{S_1}{x} = \frac{1-S_1}{3x}, \\ \frac{1-S_1}{5x} = \frac{S_2}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3S_1 = 1-S_1, \\ 1-S_1 = 5S_2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S_1 = \frac{1}{4}, \\ 1 - \frac{1}{4} = 5S_2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S_1 = \frac{1}{4}, \\ S_2 = \frac{3}{20}. \end{cases}$$

Плот за всё время движения прошёл расстояние  $S_1 + S_2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{20} = \frac{8}{20} = 0,4$ . Поскольку всё расстояние между А и В мы приняли равным единице, плот пройдет 0,4 пути из А в В к моменту возвращения катера в пункт В.

**30.** Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 14 км. Турист прошёл путь из А в В за 4 часа, из которых спуск занял 2 часа. С какой скоростью турист шёл на спуске, если его скорость на подъёме меньше его скорости на спуске на 3 км/ч?

**Решение.**

Пусть скорость, с которой турист спускался, равна  $x$  км/час, тогда его скорость на подъёме равна  $x - 3$  км/ч, длина спуска равна  $2x$  км, длина подъёма равна  $2(x - 3)$  км. Поскольку весь путь равен 14 км, имеем:  $2x + 2(x - 3) = 14$ , откуда  $x = 5$  км/ч.

Ответ: 5.

**31.** Два человека одновременно отправляются из одного и того же места по одной дороге на прогулку до опушки леса, находящейся в 4 км от места отправления. Один идёт со скоростью 2,7 км/ч, а другой — со скоростью 4,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча?

**Решение.**

Второй человек придёт на опушку через  $\frac{4}{4,5} = \frac{8}{9}$  часа. За это время первый пройдёт  $2,7 \cdot \frac{8}{9} = 2,4$  км, следовательно, до опушки ему останется пройти  $4 - 2,4 = 1,6$  км. Теперь второй путник идёт навстречу первому и их встреча произойдёт через  $\frac{1,6}{2,7+4,5} = \frac{1,6}{7,2} = \frac{2}{9}$  часа. За это время первый человек успеет пройти ещё  $2,7 \cdot \frac{2}{9} = 0,6$  км. Таким образом, он пройдёт от точки отправления  $2,4 + 0,6 = 3$  км.

Ответ: 3.

**32.** Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 86 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч, за 18 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

**Решение.**

Скорость сближения пешехода и поезда равна  $86 - 6 = 80$  км/ч. Заметим, что 1 м/с равен 3,6 км/ч. Значит, длина поезда в метрах равна  $\frac{80 \cdot 18 \cdot 1}{3,6} = 400$  (м).

Ответ: 400 м.

**33.** Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 44 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 4 км/ч, за 81 секунду. Найдите длину поезда в метрах.

**Решение.**

Скорость сближения пешехода и поезда равна  $44 - 4 = 40$  км/ч. Заметим, что 1 м/с равен 3,6 км/ч. Значит, длина поезда в метрах равна  $\frac{40 \cdot 81 \cdot 1}{3,6} = 900$  (м).

Ответ: 900 м.

**34.** Из  $A$  в  $B$  одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 30 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью, большей скорости первого на 9 км/ч, в результате чего прибыл в  $B$  одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста.

**Решение.**

Пусть  $S$  — расстояние между  $A$  и  $B$ ,  $x$  км/ч — скорость первого автомобилиста, тогда  $x + 9$  км/ч — скорость второго автомобилиста на второй половине пути. Первый автомобилист проделал весь путь за  $\frac{S}{x}$  часов, а второй за  $\frac{S}{2 \cdot 30} + \frac{S}{2 \cdot (x+9)}$  часов. Время, за которое они проехали весь путь от  $A$  до  $B$  одинаково, следовательно, можно составить уравнение:

$$\frac{S}{x} = \frac{S}{2 \cdot 30} + \frac{S}{2 \cdot (x+9)} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{x+9+30}{60(x+9)} \Leftrightarrow x^2 + 39x = 60x + 540 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 21x - 540 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36, \\ x = -15. \end{cases}$$

По условию задачи скорость автомобиля не может быть отрицательной, следовательно, скорость равна 36 км/ч

Ответ: 36.

**35.** Из  $A$  в  $B$  одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 57 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью, большей скорости первого на 38 км/ч, в результате чего прибыл в  $B$  одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста.

**Решение.**

Пусть  $S$  — расстояние между  $A$  и  $B$ ,  $x$  км/ч — скорость первого автомобилиста, тогда  $x + 38$  км/ч — скорость второго автомобилиста на второй половине пути. Первый автомобилист проделал весь путь за  $\frac{S}{x}$  часов, а второй за  $\frac{S}{2 \cdot 57} + \frac{S}{2 \cdot (x + 38)}$  часов. Время, за которое они проехали весь путь от  $A$  до  $B$  одинаково, следовательно, можно составить уравнение:

$$\frac{S}{x} = \frac{S}{2 \cdot 57} + \frac{S}{2 \cdot (x + 38)} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{x + 38 + 57}{114(x + 38)} \Leftrightarrow x^2 + 95x = 114x + 4332 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 19x - 4332 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 76, \\ x = -57. \end{cases}$$

По условию задачи скорость автомобиля не может быть отрицательной, следовательно, скорость равна 76 км/ч

Ответ: 76.

**36.** Из городов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в  $B$  на 33 минуты раньше, чем велосипедист приехал в  $A$ , а встретились они через 22 минуты после выезда. Сколько часов затратил на путь из  $B$  в  $A$  велосипедист?

**Решение.**

Пусть  $v_1$  — скорость мотоциклиста,  $v_2$  — скорость велосипедиста. Примем расстояние между городами за единицу. Мотоциклист и велосипедист встретились через 22 минуты, то есть через  $\frac{11}{30}$  часа, после выезда, поэтому  $\frac{11}{30}v_1 + \frac{11}{30}v_2 = 1$ . Мотоциклист прибыл в  $B$  на 33 минуты раньше, чем велосипедист в  $A$ , откуда  $\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} = \frac{11}{20}$ . Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{11}{30}(v_1 + v_2) = 1, \\ \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} = \frac{11}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{30}{11} - v_2, \\ \frac{1}{v_2} - \frac{1}{\frac{30}{11} - v_2} = \frac{11}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{30}{11} - v_2, \\ \frac{\frac{30}{11} - v_2 - v_2}{v_2(\frac{30}{11} - v_2)} = \frac{11}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{30}{11} - v_2, \\ 121v_2^2 - 770v_2 + 600 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = -\frac{30}{11}, \\ v_2 = \frac{60}{11} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} v_1 = \frac{20}{11}, \\ v_2 = \frac{10}{11}. \end{cases}$$

Скорость мотоциклиста не может быть отрицательной, поэтому скорость велосипедиста равна  $\frac{10}{11}$ , а время, затраченное на весь путь равно  $\frac{11}{10} = 1,1$

Ответ: 1,1.

**37.** Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города  $A$  в город  $B$ , расстояние между которыми равно 100 км. Отдохнув, он отправился обратно в  $A$ , увеличив скорость на 15 км/ч. По пути он сделал остановку на 6 часов, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из  $A$  в  $B$ . Найдите скорость велосипедиста на пути из  $A$  в  $B$ .

**Решение.**

Пусть  $x$  км/ч — скорость велосипедиста на пути из А в В, тогда  $x + 15$  км/ч — скорость велосипедиста из В в А. На путь туда и обратно велосипедист затратил одинаковое количество времени, при этом, сделав остановку на 6 часов по пути из В в А, откуда:

$$\frac{100}{x} = \frac{100}{x+15} + 6 \Leftrightarrow 100(x+15) = 100x + 6x(x+15) \Leftrightarrow 6x^2 + 90x - 1500 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 15x - 250 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -25, \\ x = 10. \end{cases}$$

Корень  $-25$  не подходит по условию задачи, следовательно, скорость велосипедиста на пути из А в В равна 10 км/ч.

Ответ: 10.

**38.** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 285 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 34 км/ч, стоянка длится 19 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 36 часов после отплытия из него.

**Решение.**

Пусть  $x$  км/ч — скорость течения, тогда  $x + 34$  км/ч — скорость теплохода по течению,  $34 - x$  км/ч — скорость теплохода против течения. По течению теплоход движется  $\frac{285}{x+34}$  часов, а против течения

$\frac{285}{34-x}$  часов, весь путь занял  $36 - 19 = 17$  часов, составим уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{285}{x+34} + \frac{285}{34-x} = 17 &\Leftrightarrow \frac{285(34-x) + 285(x+34)}{(34-x)(x+34)} = 17 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 285 \cdot 34 \cdot 2 = -17x^2 + 34^2 \cdot 17 \Leftrightarrow x^2 = 34^2 - 285 \cdot 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4, \\ x = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Корень  $-4$  не подходит по условию задачи, следовательно, скорость течения равна 4 км/ч.

Ответ: 4.

**39.** Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 27 км. Турист прошёл путь из А в В за 8 часов, из которых спуск занял 3 часа. С какой скоростью турист шёл на спуске, если его скорость на подъёме меньше его скорости на спуске на 1 км/ч?

**Решение.**

Пусть скорость, с которой турист спускался, равна  $x$  км/час, тогда его скорость на подъёме равна  $x - 1$  км/ч, длина спуска равна  $3x$  км, длина подъёма равна  $5(x - 1)$  км. Поскольку весь путь равен 27 км, имеем:  $3x + 5(x - 1) = 27$ , откуда  $x = 4$  км/ч.

Ответ: 4.

**40.** Расстояние между городами А и В равно 120 км. Город С находится между городами А и В. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 36 минут следом за ним со скоростью 75 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он проехал половину пути из С в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С.

**Решение.**

Обозначим скорость (в км/ч) автомобиля за  $v$ , а время (в часах), за которое мотоцикл проезжает от А до С за  $t$ . Тогда имеем  $75t = v(t + 0,6)$ , откуда  $v = \frac{75t}{t+0,6}$ . Поскольку весь путь от А до В автомо-

биль преодолел за время  $\frac{3}{2}t + 0,6$ , получаем:

$$v\left(\frac{3}{2}t + 0,6\right) = 120; \quad \frac{75t}{t+0,6} \cdot (1,5t + 0,6) = 120; \quad 112,5t^2 + 45t = 120t + 72; \quad 112,5t^2 - 75t - 72 = 0,$$

откуда  $t = 1,2$ . Значит, расстояние от А до С равно  $75 \cdot 1,2 = 90$  (км).

Ответ: 90 км.

41. Два велосипедиста одновременно отправляются в 180-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 5 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым.

**Решение.**

Пусть скорость второго велосипедиста равна  $x$  км/ч, тогда скорость первого велосипедиста равна  $x + 5$  км/ч. Время движения второго велосипедиста  $\frac{180}{x}$  ч на 3 часа больше времени движения первого  $\frac{180}{x+5}$  ч. Составим уравнение и решим его:

$$\begin{aligned} \frac{180}{x+5} + 3 = \frac{180}{x} &\Leftrightarrow \frac{180 + 3x + 15}{5+x} = \frac{180}{x} \Leftrightarrow 195x + 3x^2 = 180x + 900 \Leftrightarrow 3x^2 + 15x - 900 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x^2 + 5x - 300 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -20, \\ x = 15. \end{cases} \end{aligned}$$

По условию задачи нам подходят только положительные корни, поэтому скорость второго велосипедиста равна 15 км/ч., а первого - 20 км/ч.

Ответ: 20.

42. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 280 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 15 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 39 часов после отплытия из него.

**Решение.**

Пусть  $x$  км/ч — скорость теплохода в неподвижной воде, тогда  $x + 4$  км/ч — скорость теплохода по течению,  $x - 4$  км/ч — скорость теплохода против течения. По течению теплоход движется  $\frac{280}{x+4}$  часов, а против течения  $\frac{280}{x-4}$  часов, весь путь занял  $39 - 15 = 24$  часов, составим уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{280}{x+4} + \frac{280}{x-4} = 24 &\Leftrightarrow \frac{280(x-4) + 280(x+4)}{(x-4)(x+4)} = 24 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 560x = 24x^2 - 16 \cdot 24 \Leftrightarrow 3x^2 - 70x - 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3}, \\ x = 24. \end{cases} \end{aligned}$$

Корень  $-\frac{2}{3}$  не подходит по условию задачи, следовательно, скорость теплохода равна 24 км/ч.

Ответ: 24.

43. Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 21 км/ч. Через час после него со скоростью 15 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 9 часов после этого догнал первого.

**Решение.**

Пусть скорость третьего велосипедиста равна  $v$  км/ч, а  $t$  ч — момент времени, когда он догнал второго велосипедиста. Начало отсчёта времени — момент, когда первый велосипедист начал движение. Тогда к моменту времени  $t$ , когда третий велосипедист догонит второго, второй велосипедист проедет расстояние  $15(t-1)$  км, а третий — расстояние  $v(t-2)$  км. Аналогично: к моменту времени  $t+9$ , когда третий велосипедист догонит первого, первый велосипедист проедет  $21(t+9)$  км, а третий, поскольку он был в пути на два часа меньше, проедет  $v(t+7)$  км. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 15(t-1) = v(t-2), \\ 21(t+9) = v(t+7). \end{cases}$$

Умножим первое уравнение на  $t+7$ , а второе — на  $t-2$  и вычтем первое уравнение из второго:

$$21(t^2 + 7t - 18) - 15(t^2 + 6t - 7) = 0 \Leftrightarrow 2t^2 + 19t - 91 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -13, \\ t = 3,5. \end{cases}$$

По условию задачи подходит только положительный корень, то есть  $t = 3,5$ . Подставляя  $t$  во второе уравнение, найдём искомую скорость:

$$21 \cdot 12,5 = v \cdot 10,5 \Leftrightarrow v = 25.$$

Ответ: 25 км/ч.

**44.** Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставалось 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошёл первый круг 15 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 6 км/ч меньше скорости второго.

**Решение.**

Пусть  $x$  км/ч — скорость первого бегуна, тогда  $x+6$  км/ч — скорость второго бегуна. Из условия известно, что второй бегун пробежал круг за  $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  часа, при этом через час после старта первому бегуну оставался 1 км до окончания первого круга, составим уравнение:

$$\frac{3}{4}(x+6) - 1 \cdot x = 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x = -\frac{7}{2} \Leftrightarrow x = 14.$$

Таким образом, скорость первого бегуна равна 14 км/ч.

Ответ: 14.

**45.** Два человека одновременно отправляются из одного и того же места по одной дороге на прогулку до опушки леса, находящейся в 3,7 км от места отправления. Один идёт со скоростью 3,3 км/ч, а другой — со скоростью 4,1 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча?

**Решение.**

Второй человек придёт на опушку через  $\frac{37}{41}$  часа. За это время первый пройдёт  $3,3 \cdot \frac{37}{41}$  км, следовательно, до опушки ему останется пройти  $3,7 - 3,3 \cdot \frac{37}{41} = \frac{(3,7 \cdot 41 - 3,3 \cdot 37)}{41} = \frac{29,6}{41}$  км. Теперь второй путник идёт навстречу первому и их встреча произойдёт через  $\frac{\frac{29,6}{41}}{3,3 + 4,1} = \frac{4}{41}$  часа. За это время первый человек успеет пройти ещё  $3,3 \cdot \frac{4}{41} = \frac{13,2}{41}$  км. Таким образом, он пройдёт от точки отправления  $3,3 \cdot \frac{37}{41} + \frac{13,2}{41} = 3,3$  км.

Ответ: 3,3.

**46.** Два автомобиля одновременно отправляются в 420-километровый пробег. Первый едет со скоростью, на 24 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 2 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

**Решение.**

Пусть  $x$  км/ч — скорость первого автомобиля, тогда  $x - 24$  км/ч — скорость второго автомобиля. Первый автомобиль прибыл к финишу на 2 часа быстрее второго, откуда:

$$\frac{420}{x-24} - \frac{420}{x} = 2 \Leftrightarrow \frac{420x - 420x + 420 \cdot 24}{x(x-24)} = 2 \Leftrightarrow 2x(x-24) = 10080 \Leftrightarrow x^2 - 24x - 5040 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -60, \\ x = 84. \end{cases}$$

Корень  $-60$  не подходит по условию задачи, следовательно, скорость первого автомобиля равна 84 км/ч.

Ответ: 84.

47. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч пешехода за 8 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

**Решение.**

Пусть длина поезда  $l$  м. Скорость поезда относительно пешехода равна  $141 - 6 = 135$  км/ч, или 37,5 м/с. Следовательно, поезд проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям пешехода за  $l : 37,5$  секунд.

Составим и решим уравнение:

$$\frac{l}{37,5} = 8; \quad l = 300.$$

Длина поезда составляет 300 м.

Ответ: 300 м.