

Задачи на проценты, сплавы и смеси

1. Смешав 60%-ый и 30%-ый растворы кислоты и добавив 5 кг чистой воды, получили 20%-ый раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 60%-го раствора использовали для получения смеси?

Решение.

Пусть x кг и y кг — массы первого и второго растворов, взятые при смешивании. Тогда $x + y + 5$ кг — масса полученного раствора, содержащего $0,6x + 0,3y$ кг кислоты. Концентрация кислоты в полученном растворе 20 %, откуда

$$0,6x + 0,3y = 0,2(x + y + 5).$$

Решим систему двух полученных уравнений:

$$\begin{cases} 0,6x + 0,3y = 0,2(x + y + 5), \\ 0,6x + 0,3y + 0,9 \cdot 5 = 0,7(x + y + 5); \end{cases}$$
$$\begin{cases} 0,4x + 0,1y = 1, & \begin{cases} x = 2, \\ y = 2. \end{cases} \\ 0,1x + 0,4y = 1; \end{cases}$$

Замечание. Решение можно сделать несколько проще, если заметить, что из полученных уравнений следует: $4,5 = 0,5(x + y + 5)$, откуда $x + y = 4$. Первое уравнение принимает вид $0,3x + 1,2 = 1,8$, откуда $x = 2$.

Ответ: 2 кг.

2. Имеется два сплава с разным содержанием меди: в первом содержится 60%, а во втором — 45% меди. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 55% меди?

Решение.

Пусть первый сплав взят в количестве x кг, тогда он будет содержать $0,6x$ кг меди, а второй сплав взят в количестве y кг, тогда он будет содержать $0,45y$ кг меди. Соединив два этих сплава, получим сплав меди массой $x + y$, по условию задачи он должен содержать $0,55(x + y)$ меди. Следовательно, можно составить уравнение:

$$0,6x + 0,45y = 0,55(x + y).$$

Выразим x через y :

$$x = 2y.$$

Следовательно, отношение, в котором нужно взять сплавы:

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{1}.$$

Ответ: $\frac{2}{1}$.

3. При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 20%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получили раствор, содержащий 30% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

Решение.

Пусть первый раствор взят в количестве x грамм, тогда он содержит $0,2x$ грамм чистой кислоты, а второй раствор взят в количестве y грамм, тогда он содержит $0,5y$ грамм чистой кислоты. При смешивании двух этих растворов получится раствор массой $x + y$ грамм, по условию задачи, он содержит $0,3(x + y)$ чистой кислоты. Следовательно, можно составить уравнение:

$$0,2x + 0,5y = 0,3(x + y).$$

Выразим x через y : $x = 2y$. Следовательно, отношение, в котором были взяты растворы: $\frac{x}{y} = \frac{2}{1}$.

Ответ: $\frac{2}{1}$.

4. На пост главы администрации города претендовало три кандидата: Журавлёв, Зайцев, Иванов. Во время выборов за Иванова было отдано в 2 раза больше голосов, чем за Журавлёва, а за Зайцева — в 3 раза больше, чем за Журавлёва и Иванова вместе. Сколько процентов голосов было отдано за победителя?

Решение.

Заметим, что победителем на выборах окажется Зайцев. Пусть количество голосов, отданных за Зайцева равно x . Тогда за Журавлёва и Иванова вместе отдали $\frac{x}{3}$. Процент голосов, отданных за Зайцева $x : \left(x + \frac{x}{3}\right) \cdot 100 = 75\%$.

Ответ: 75%.

5. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 13% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава.

Решение.

Пусть масса первого сплава x кг. Тогда масса второго сплава $(x + 4)$ кг, а третьего — $(2x + 4)$ кг. В первом сплаве содержится $0,05x$ кг меди, а во втором — $0,13(x + 4)$ кг. Поскольку в третьем сплаве содержится $0,1(2x + 4)$ кг меди, составим и решим уравнение:

$$0,05x + 0,13(x + 4) = 0,1(2x + 4) \Leftrightarrow 0,02x = 0,12,$$

Откуда $x = 6$

Масса третьего сплава равна 16 кг.

Ответ: 16 кг.

6. Свежие фрукты содержат 80% воды, а высушенные — 28%. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?

Решение.

Свежие фрукты содержат 20% питательного вещества, а высушенные — 72%. В 288 кг свежих фруктов содержится $0,2 \cdot 288 = 57,6$ кг питательного вещества. Такое количество питательного вещества будет содержаться в $\frac{57,6}{0,72} = 80$ кг высушенных фруктов.

Ответ: 80.

7. Смешали некоторое количество 10-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 12-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

Пусть взяли x г 10-процентного раствора, тогда взяли и x г 12-процентного раствора. Концентрация раствора — масса вещества, разделённая на массу всего раствора. В первом растворе содержится $0,1x$ г, а во втором — $0,12x$ г. Концентрация получившегося раствора равна $\frac{0,1x + 0,12x}{x + x} = 0,11$, или 11%.

Ответ: 11%.

8. Имеются два сосуда, содержащие 10 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 55% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 61% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Решение.

Пусть концентрация первого раствора — x , концентрация второго раствора — y . Составим систему уравнений согласно условию задачи:

$$\begin{cases} 10x + 16y = (10 + 16) \cdot 0,55 \\ x + y = 2 \cdot 0,61. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 16 \cdot (1,22 - x) = 14,3 \\ y = 1,22 - x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,87 \\ y = 0,35. \end{cases}$$

Таким образом, в первом растворе содержится $10 \cdot 0,87 = 8,7$ килограмма кислоты.

Ответ: 8,7.

9. Имеются два сосуда, содержащие 4 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 57% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 60% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Решение.

Пусть концентрация первого раствора - x , концентрация второго раствора - y . Составим систему уравнений согласно условию задачи:

$$\begin{cases} 4x + 16y = (4 + 16) \cdot 0,57 \\ x + y = 2 \cdot 0,6. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 16 \cdot (1,2 - x) = 11,4 \\ y = 1,2 - x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,65 \\ y = 0,55. \end{cases}$$

Таким образом, в первом растворе содержится $4 \cdot 0,65 = 2,6$ килограмма кислоты

Ответ: 2,6

10. Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 73% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 72% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Решение.

Пусть концентрация первого раствора - x , концентрация второго раствора - y . Составим систему уравнений согласно условию задачи:

$$\begin{cases} 40x + 30y = (40 + 30) \cdot 0,73 \\ x + y = 2 \cdot 0,72. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 40x + 30 \cdot (1,44 - x) = 51,1 \\ y = 1,44 - x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,79 \\ y = 0,65. \end{cases}$$

Таким образом, во втором растворе содержится $30 \cdot 0,65 = 19,5$ килограмма кислоты

Ответ: 19,5

11. Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 33% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 47% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Решение.

Пусть концентрация первого раствора — x , концентрация второго раствора — y . Составим систему уравнений согласно условию задачи:

$$\begin{cases} 40x + 20y = (40 + 20) \cdot 0,33 \\ x + y = 2 \cdot 0,47. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 40x + 20 \cdot (0,94 - x) = 19,8 \\ y = 0,94 - x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,05 \\ y = 0,89. \end{cases}$$

Таким образом, во первом растворе содержится $40 \cdot 0,05 = 2$ килограмма кислоты.

Ответ: 2.

12. Имеются два сосуда, содержащие 24 кг и 26 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 39% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Решение.

Пусть концентрация первого раствора - x , концентрация второго раствора - y . Составим систему уравнений согласно условию задачи:

$$\begin{cases} 24x + 26y = (24 + 26) \cdot 0,39 \\ x + y = 2 \cdot 0,4. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24x + 26 \cdot (0,8 - x) = 19,5 \\ y = 0,8 - x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,65 \\ y = 0,15. \end{cases}$$

Таким образом, во втором растворе содержится $24 \cdot 0,65 = 15,6$ килограмма кислоты

Ответ: 15,6

13. Имеются два сосуда, содержащие 30 кг и 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 81% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 83% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Решение.

Пусть концентрация первого раствора - x , концентрация второго раствора - y . Составим систему уравнений согласно условию задачи:

$$\begin{cases} 30x + 20y = (30 + 20) \cdot 0,81 \\ x + y = 2 \cdot 0,83. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 30x + 20 \cdot (1,66 - x) = 40,5 \\ y = 1,66 - x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,73 \\ y = 0,93. \end{cases}$$

Таким образом, во втором растворе содержится $20 \cdot 0,93 = 18,6$ килограмма кислоты

Ответ: 18,6

14. Имеются два сосуда, содержащие 22 кг и 18 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 32% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 30% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

Решение.

Пусть концентрация первого раствора - x , концентрация второго раствора - y . Составим систему уравнений согласно условию задачи:

$$\begin{cases} 22x + 18y = (22 + 18) \cdot 0,32 \\ x + y = 2 \cdot 0,3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 22x + 18 \cdot (0,6 - x) = 12,8 \\ y = 0,6 - x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,5 \\ y = 0,1. \end{cases}$$

Таким образом, в первом растворе содержится $22 \cdot 0,5 = 11$ килограммов кислоты

Ответ: 11

15. Имеются два сосуда, содержащие 30 кг и 42 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 40% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 37% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Решение.

Пусть концентрация первого раствора - x , концентрация второго раствора - y . Составим систему уравнений согласно условию задачи:

$$\begin{cases} 30x + 42y = (30 + 42) \cdot 0,4 \\ x + y = 2 \cdot 0,37. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 30x + 42 \cdot (0,74 - x) = 28,8 \\ y = 0,74 - x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,19 \\ y = 0,55. \end{cases}$$

Таким образом, во втором растворе содержится $42 \cdot 0,55 = 23,1$ килограммов кислоты

Ответ: 23,1

16. Имеются два сосуда, содержащие 48 кг и 42 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 42% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Решение.

Пусть концентрация первого раствора - x , концентрация второго раствора - y . Составим систему уравнений согласно условию задачи:

$$\begin{cases} 48x + 42y = (48 + 42) \cdot 0,42 \\ x + y = 2 \cdot 0,4. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 48x + 42 \cdot (0,8 - x) = 37,8 \\ y = 0,8 - x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,7 \\ y = 0,1. \end{cases}$$

Таким образом, во втором растворе содержится $42 \cdot 0,1 = 4,2$ килограмма кислоты

Ответ: 4,2

17. Смешали некоторое количество 21-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 95-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

Пусть взяли x г 21-процентного раствора, тогда взяли и x г 95-процентного раствора. Концентрация раствора — масса вещества, разделённая на массу всего раствора. В первом растворе содержится $0,21x$ г, а во втором — $0,95x$ г. Концентрация получившегося раствора равна $\frac{0,21x + 0,95x}{x + x} = 0,58$, или 58%.

Ответ: 58.

18. Свежие фрукты содержат 93% воды, а высушенные — 16%. Сколько сухих фруктов получится из 252 кг свежих фруктов?

Решение.

Свежие фрукты содержат 7% питательного вещества, а высушенные — 84%. В 252 кг свежих фруктов содержится $0,07 \cdot 252 = 17,64$ кг питательного вещества. Такое количество питательного вещества будет содержаться в $\frac{17,64}{0,84} = 21$ кг высушенных фруктов.

Ответ: 21.