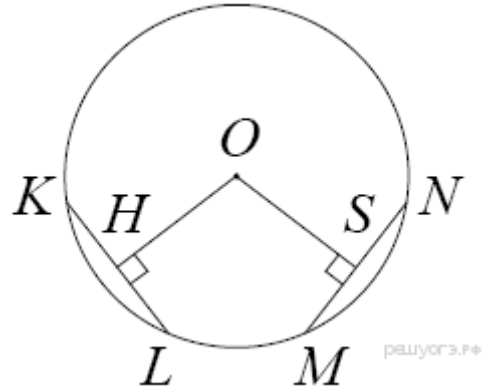


## Окружности и их элементы

1. В окружности с центром  $O$  проведены две хорды  $AB$  и  $CD$  так, что центральные углы  $AOB$  и  $COD$  равны. На эти хорды опущены перпендикуляры  $OK$  и  $OL$ . Докажите, что  $OK$  и  $OL$  равны.

2. Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , причём точки  $I$  и  $J$  лежат по одну сторону от прямой  $AB$ . Докажите, что отрезки  $AB$  и  $IJ$  перпендикулярны.

3. В окружности с центром  $O$  проведены две равные хорды  $KL$  и  $MN$ . На эти хорды опущены перпендикуляры  $OH$  и  $OS$ . Докажите, что  $OH$  и  $OS$  равны.



4. В окружности через середину  $O$  хорды  $AC$  проведена хорда  $BD$  так, что дуги  $AB$  и  $CD$  равны. Докажите, что  $O$  — середина хорды  $BD$ .

5. Окружности с центрами в точках  $O_1$  и  $O_2$  не имеют общих точек. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $m:n$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $m:n$ .

6. Окружности с центрами в точках  $P$  и  $Q$  не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $a:b$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $a:b$ .

7. Окружности с центрами в точках  $P$  и  $Q$  пересекаются в точках  $K$  и  $L$ , причём точки  $P$  и  $Q$  лежат по одну сторону от прямой  $KL$ . Докажите, что прямые  $PQ$  и  $KL$  перпендикулярны.