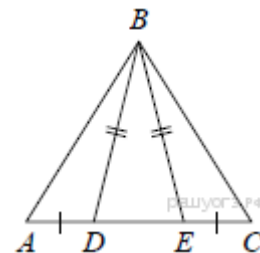


Треугольники и их элементы

1. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны (см. рисунок). Оказалось, что отрезки BD и BE тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.



2. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

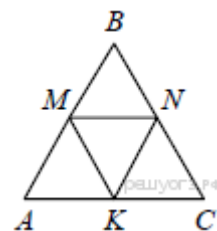
3. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.

4. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABD и ACD равны. Докажите, что углы DAC и DBC также равны.

5. Окружности с центрами в точках E и F пересекаются в точках C и D , причём точки E и F лежат по одну сторону от прямой CD . Докажите, что $CD \perp EF$.

6. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

7. В равностороннем треугольнике ABC точки M , N , K — середины сторон AB , BC , CA соответственно. Докажите, что треугольник MNK — равносторонний.

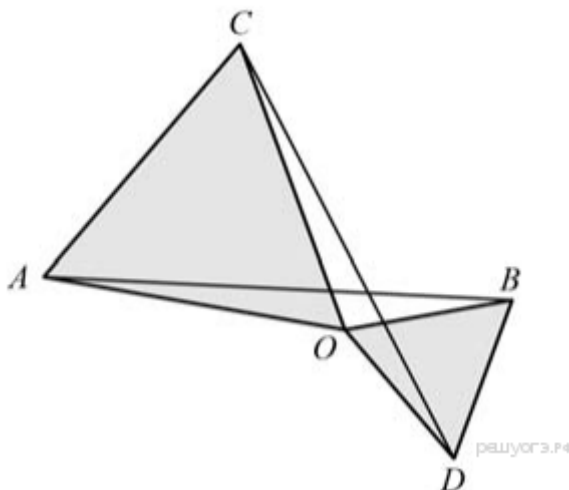


8. На стороне AC треугольника ABC отмечены точки D и E так, что $AD = CE$. Докажите, что если $BD = BE$, то $AB = BC$.

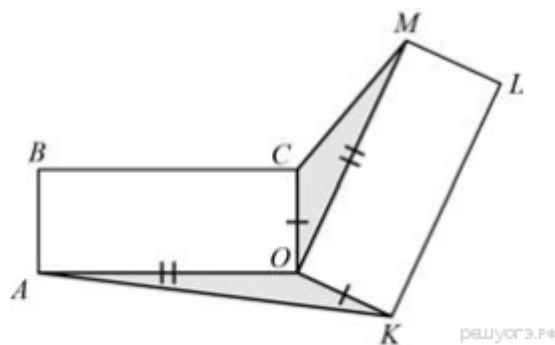
9. На медиане KF треугольника MKP отмечена точка E . Докажите, что если $EM = EP$, то $KM = KP$.

10. Докажите, что биссектрисы углов при основании равнобедренного треугольника равны.

11. Два равносторонних треугольника имеют общую вершину. Докажите, что отмеченные на рисунке отрезки AB и CD равны.



12. Два равных прямоугольника имеют общую вершину O (см. рис.). Докажите, что площади треугольников AOK и COM равны.



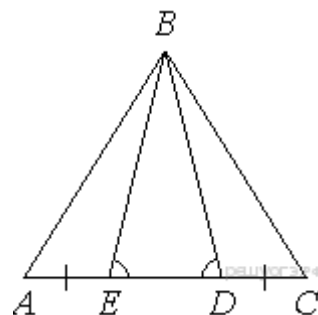
13. Докажите, что у равных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ биссектрисы, проведённые из вершины A и A_1 , равны.

14. В треугольнике ABC угол B равен 36° , $AB = BC$, AD — биссектриса. Докажите, что треугольник ABD — равнобедренный.

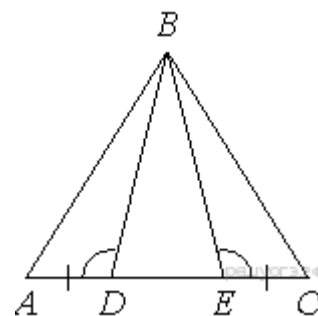
15. В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр описанной окружности треугольника ABC и точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.

16. Окружность касается стороны AB треугольника ABC , у которого $\angle C = 90^\circ$, и продолжений его сторон AC и BC за точки A и B соответственно. Докажите, что периметр треугольника ABC равен диаметру этой окружности.

17. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что углы ADB и BEC равны (см. рисунок). Оказалось, что отрезки AE и CD тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.



18. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны (см. рисунок). Оказалось, что углы ADB и BEC тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.



19. В остроугольном треугольнике ABC точки A , C , центр описанной окружности O и центр вписанной окружности I лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .

20. В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр описанной окружности треугольника ABC и центр вписанной окружности треугольника ABC лежат на одной окружности.

21. Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K . Докажите, что треугольники KAB и KCD подобны.

22. Докажите, что медиана треугольника делит его на два треугольника, площади которых равны между собой.

23. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.

24. Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K . Докажите, что треугольники KAB и KCD

подобны.

25. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABD и ACD равны. Докажите, что углы DAC и DBC также равны.

26. В треугольнике ABC с тупым углом BAC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что треугольники AB_1C_1 и ABC подобны.

27. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что $BK : KM = 3 : 7$. Найдите отношение площади треугольника ABK к площади треугольника ABC

28. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что углы BB_1C_1 и BCC_1 равны.