

Квадратные уравнения

1. Решите уравнение $x^2 - x - 6 = 0$.

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

По теореме, обратной теореме Виета, сумма корней равна 1, а их произведение -6 .
Тем самым, это числа -2 и 3 .

Ответ: $-2; 3$.

2. Решите уравнение $x^2 + 3x = 4$.

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

Запишем уравнение в виде $x^2 + 3x - 4 = 0$. По теореме, обратной теореме Виета, сумма корней равна -3 , а их произведение -4 .

Тем самым это числа -4 и 1 .

Ответ: $-4; 1$.

3. Решите уравнение $x^2 = 2x + 8$.

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

Запишем уравнение в виде $x^2 - 2x - 8 = 0$. По теореме, обратной теореме Виета, сумма корней равна 2 , а их произведение -8 .

Тем самым это числа -2 и 4 .

Ответ: $-2; 4$.

4. Найдите корни уравнения $25x^2 - 1 = 0$.

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

Решим уравнение:

$$25x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{5}, \\ x = -\frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,2, \\ x = -0,2. \end{cases}$$

Ответ: $-0,2; 0,2$.

5. Найдите корни уравнения $2x^2 - 10x = 0$.

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

Последовательно получаем:

$$2x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow x(2x - 10) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ 2x - 10 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = 5. \end{cases}$$

Ответ: $0; 5$.

6. Решите уравнение $(x + 2)^2 = (x - 4)^2$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$(x+2)^2 = (x-4)^2 \Leftrightarrow |x+2| = |x-4| \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = x-4, \\ x+2 = -(x-4). \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0x = -6, \\ 2x = 2. \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Ответ: 1.

Приведем другое решение.

Раскроем скобки:

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 - 8x + 16 \Leftrightarrow 12x = 12 \Leftrightarrow x = 1.$$

Приведем другое решение.

Воспользуемся формулой разности квадратов:

$$(x+2)^2 - (x-4)^2 = 0 \Leftrightarrow 6(2x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

7. Найдите корни уравнения $x^2 + 4 = 5x$.

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

Запишем уравнение в виде:

$$x^2 - 5x + 4 = 0.$$

По теореме Виета, сумма корней равна 5, а их произведение равно 4. Тем самым, это числа 4 и 1.

Ответ: 1; 4.

8. Найдите корни уравнения $x^2 - 7x - 18 = 0$.

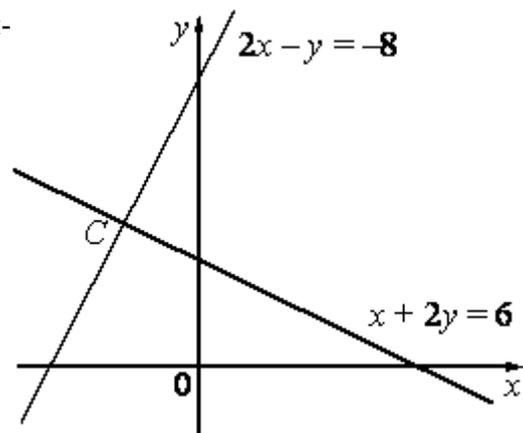
Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

По теореме, обратной теореме Виета, сумма корней равна 7, а их произведение равно -18 . Тем самым, это числа -2 и 9 .

Ответ: -2 ; 9 .

9. Две прямые пересекаются в точке C (см. рис.). Найдите абсциссу точки C .



Решение.

Уравнения прямых:

$$2x - y = -8 \Leftrightarrow y = 2x + 8, \quad x + 2y = 6 \Leftrightarrow y = \frac{6 - x}{2}.$$

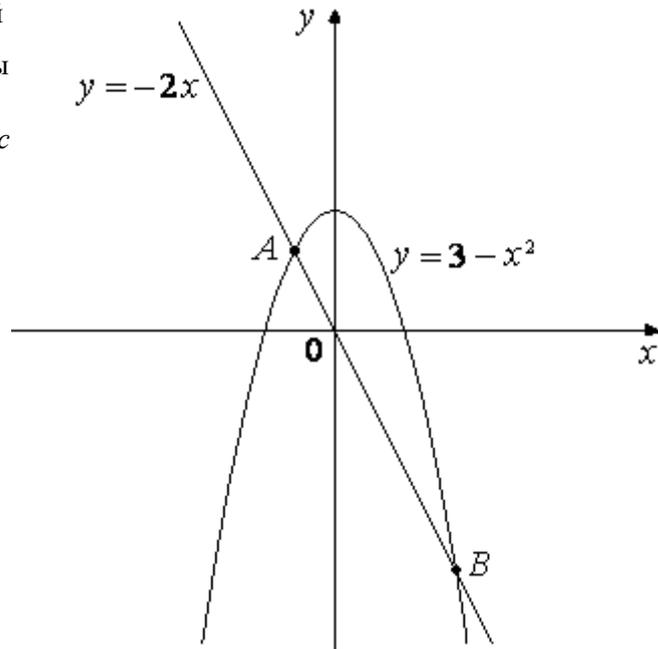
Найдём абсциссу точки пересечения прямых, для этого, приравняем ординаты:

$$2x + 8 = \frac{6 - x}{2} \Leftrightarrow 4x + 16 = 6 - x \Leftrightarrow 5x = -10 \Leftrightarrow x = -2.$$

Ответ: -2.

10. На рисунке изображены графики функций $y = 3 - x^2$ и $y = -2x$. Вычислите координаты точки B .

Запишите координаты в ответе через точку с запятой.

**Решение.**

Точки A и B — точки пересечения графиков функций $y = 3 - x^2$ и $y = -2x$. Найдём их абсциссы:

$$3 - x^2 = -2x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ x = 3. \end{cases}$$

Абсцисса точки B больше нуля, следовательно, это $x = 3$. Найдём ординату точки B : $y = -2 \cdot 3 = -6$.

Ответ: 3; -6.

11. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет корни -6; 4. Найдите q .

Решение.

По теореме Виета $q = -6 \cdot 4 = -24$.

Ответ: -24.

12. Квадратный трёхчлен разложен на множители: $x^2 + 6x - 27 = (x + 9)(x - a)$. Найдите a .

Решение.

Корни уравнения $x^2 + 6x - 27 = 0$ — суть числа -9 и 3 . В силу формулы $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 — корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, получаем $x^2 + 6x - 27 = (x + 9)(x - 3)$. Следовательно, $a = 3$.

13. Решите уравнение $(x - 4)^2 + (x + 9)^2 = 2x^2$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$\begin{aligned} (x - 4)^2 + (x + 9)^2 = 2x^2 &\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 + x^2 + 18x + 81 = 2x^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 10x = -97 \Leftrightarrow x = -9,7. \end{aligned}$$

Ответ: $-9,7$.

14. Решите уравнение $-2x^2 + x + 7 = -x^2 + 5x + (-2 - x^2)$.

Решение.

Раскроем скобки и преобразуем выражение:

$$\begin{aligned} -2x^2 + x + 7 = -x^2 + 5x + (-2 - x^2) &\Leftrightarrow -2x^2 + x + 7 = -x^2 + 5x - 2 - x^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 4x = 9 \Leftrightarrow x = 2,25. \end{aligned}$$

Ответ: $2,25$.

15. Решите уравнение $(x + 10)^2 = (5 - x)^2$.

Решение.

Квадраты чисел равны, если числа равны или противоположны:

$$(x + 10)^2 = (5 - x)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 10 = 5 - x, \\ x + 10 = -(5 - x). \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -5, \\ 10 = 5 \text{ (неверно)}. \end{cases} \Leftrightarrow x = -2,5.$$

Ответ: $-2,5$.

Приведем другое решение.

Раскроем скобки в обеих частях уравнения:

$$x^2 + 20x + 100 = 25 - 10x + x^2 \Leftrightarrow 30x = -75 \Leftrightarrow x = -2,5.$$

Приведем другое решение.

Воспользуемся формулой разности квадратов:

$$(x + 10)^2 - (5 - x)^2 = 0 \Leftrightarrow (2x + 5) \cdot 15 = 0 \Leftrightarrow x = -2,5.$$

16. Решите уравнение $4x^2 + 7 = 7 + 24x$.

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

Последовательно получаем:

$$4x^2 + 7 = 7 + 24x \Leftrightarrow 4x^2 - 24x = 0 \Leftrightarrow 4x(x - 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = 6. \end{cases}$$

Ответ: $0; 6$.

17. Решите уравнение $8x^2 - 12x + 4 = 0$.

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

Разделим обе части данного уравнения на 4:

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

Корни данного уравнения равны:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4} = \begin{cases} x = 1, \\ x = 0,5. \end{cases}$$

Ответ: 0,5;1.

18. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет корни -5 ; 7 . Найдите q .

Решение.

По теореме Виета $q = -5 \cdot 7 = -35$.

Ответ: -35 .