

## Рациональные уравнения

1. Решите уравнение:  $\frac{3}{x-19} = \frac{19}{x-3}$ .

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

**Решение.**

Используем свойство пропорции.

$$\frac{3}{x-19} = \frac{19}{x-3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 19, \\ x \neq 3, \\ 3(x-3) = 19(x-19) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 19, \\ x \neq 3 \\ 16x = 352 \end{cases} \Leftrightarrow x = 22.$$

Ответ:  $x = 22$ .

2. Решите уравнение  $\frac{x-12}{x-4} = \frac{3}{5}$ .

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

**Решение.**

Используем свойство пропорции:

$$\frac{x-12}{x-4} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 4, \\ 5(x-12) = 3(x-4). \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 4, \\ 2x = 48. \end{cases} \Leftrightarrow x = 24.$$

Ответ: 24.

3. Решите уравнение  $\frac{5x+4}{2} + 3 = \frac{9x}{4}$ .

**Решение.**

Умножим левую и правую часть уравнения на 4, получаем:

$$10x + 8 + 12 = 9x \Leftrightarrow x = -20.$$

Ответ: -20.

4. Решите уравнение:  $3 - \frac{x}{7} = \frac{x}{3}$ .

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$3 - \frac{x}{7} = \frac{x}{3} \Leftrightarrow \frac{21-x}{7} = \frac{x}{3} \Leftrightarrow 7x = 63 - 3x \Leftrightarrow x = 6,3.$$

Ответ: 6,3.

5. Решите уравнение:  $\frac{x-6}{2} - \frac{x}{3} = 3$ .

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$\frac{x-6}{2} - \frac{x}{3} = 3 \Leftrightarrow \frac{3x-18-2x}{6} = 3 \Leftrightarrow x-18 = 18 \Leftrightarrow x = 36.$$

Ответ: 36.

6. Решите уравнение  $\frac{9}{x-2} = \frac{9}{2}$ .

**Решение.**

Используем свойство пропорции:

$$\begin{cases} \frac{9}{x-2} = \frac{9}{2}, \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 18 = 9x - 18, \\ x \neq 2. \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Ответ: 4.

7. Решите уравнение  $x - \frac{6}{x} = -1$ .

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

**Решение.**

Умножим обе части уравнения на  $x$ :

$$x - \frac{6}{x} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6 = -x, \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 6 = 0, \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ x = 2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ x = 2, \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Ответ: -3; 2.

8. Решите уравнение  $13 + \frac{x}{4} = x + 1$ .

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$13 + \frac{x}{4} = x + 1 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = 12 \Leftrightarrow x = 16.$$

Ответ: 16.

9. Решите уравнение  $\frac{x}{12} + \frac{x}{8} + x = -\frac{29}{6}$ .

**Решение.**

Умножим обе части уравнения на 24:

$$\frac{x}{12} + \frac{x}{8} + x = -\frac{29}{6} \Leftrightarrow 2x + 3x + 24x = -29 \cdot 4 \Leftrightarrow 29x = -116 \Leftrightarrow x = -4.$$

Ответ: -4.

10. Решите уравнение  $\frac{x+5}{5} - x = 2$ .

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$\frac{x+5}{5} - x = 2 \Leftrightarrow \frac{x+5-5x}{5} = 2 \Leftrightarrow -4x+5 = 10 \Leftrightarrow 4x = -5 \Leftrightarrow x = -1,25.$$

Ответ: -1,25.

11. Решите уравнение  $x - 11 = \frac{x+7}{7}$ .

**Решение.**

Умножим обе части уравнения на 7:

$$x - 11 = \frac{x+7}{7} \Leftrightarrow 7x - 77 = x + 7 \Leftrightarrow 6x = 84 \Leftrightarrow x = 14.$$

Ответ: 14.

12. Решите уравнение  $\frac{x-4}{x-6} = 2$ .

**Решение.**

Используем свойство пропорции:

$$\frac{x-4}{x-6} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 6, \\ x-4 = 2(x-6). \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 4, \\ x = 8. \end{cases} \Leftrightarrow x = 8.$$

Ответ: 8.