

## Геометрическая прогрессия

1. В геометрической прогрессии  $(b_n)$  известно, что  $b_1 = 2$ ,  $q = -2$ . Найти пятый член этой прогрессии.

**Решение.**

В силу формулы  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ , имеем:

$$b_5 = 2 \cdot (-2)^{5-1} = 2 \cdot (-2)^4 = 32.$$

Ответ: 32.

2. Геометрическая прогрессия  $(b_n)$  задана формулой  $n$ -го члена  $b_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$ . Укажите четвертый член этой прогрессии.

**Решение.**

По формуле  $n$ -го члена геометрической прогрессии имеем:  $b_4 = 2 \cdot (-3)^3 = -54$ .

Ответ: -54.

3. Дана геометрическая прогрессия  $(b_n)$ , знаменатель которой равен 2, а  $b_1 = -\frac{3}{4}$ . Найдите сумму первых шести её членов.

**Решение.**

Сумма  $n$  первых членов геометрической прогрессии даётся формулой

$$S_n = \frac{b_1 \cdot q^n - b_1}{q - 1}.$$

По условию,  $b_1 = -\frac{3}{4}$ ,  $q = 2$ , откуда получаем

$$S_6 = \frac{-0,75 \cdot 2^6 + 0,75}{2 - 1} = -47,25.$$

Ответ: -47,25.

4. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 75, а сумма второго и третьего членов равна 150. Найдите первые три члена этой прогрессии.

*В ответе перечислите через точку с запятой первый, второй и третий члены прогрессии.*

**Решение.**

По условию  $b_1 + b_2 = 75$ ,  $b_2 + b_3 = 150$ . Запишем эти равенства в виде системы уравнений на первый член и знаменатель прогрессии и решим эту систему:

$$\begin{cases} b_1 + b_1q = 75, \\ b_1q + b_1q^2 = 150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 + b_1q = 75, \\ q(b_1 + b_1q) = 150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 + b_1q = 75, \\ q \cdot 75 = 150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3b_1 = 75, \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 25, \\ q = 2. \end{cases}$$

Теперь найдём второй и третий члены прогрессии:

$$b_2 = b_1q = 25 \cdot 2 = 50, \quad b_3 = b_2q = 50 \cdot 2 = 100.$$

Ответ: 25; 50; 100.

**Приведём другое решение.**

Пусть  $b$  — первый член, а  $q$  — знаменатель прогрессии. Сумма первого и второго членов геометрической прогрессии отличается от суммы второго и третьего в  $q$  раз, поэтому  $q = 3$ . Тогда  $b + 3b = 48$ , поэтому  $b = 12$ . Таким образом, искомые члены прогрессии равны 12, 36 и 108.

5. Геометрическая прогрессия задана условием  $b_n = 160 \cdot 3^n$ . Найдите сумму первых её 4 членов.

**Решение.**

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{160 \cdot 3^{n+1}}{160 \cdot 3^n} = 3.$$

Первый член данной прогрессии равен  $b_1 = 160 \cdot 3^1 = 480$ . Сумма первых  $k$  членов геометрической прогрессии может быть найдена по формуле:

$$S_k = \frac{b_1(1 - q^k)}{1 - q}.$$

Необходимо найти  $S_4$ , имеем:

$$S_4 = \frac{480 \cdot (1 - 3^4)}{1 - 3} = \frac{480 \cdot (1 - 81)}{-2} = \frac{480 \cdot (-80)}{-2} = 19200.$$

Ответ: 19 200.

6. Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии: 17, 68, 272, ... Найдите её четвёртый член.

**Решение.**

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{68}{17} = 4.$$

Четвёртый член прогрессии равен  $b_4 = b_3q = 272 \cdot 4 = 1088$ .

Ответ: 1088.

7. Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии: ... ; 150 ;  $x$  ; 6 ; 1,2 ; ... Найдите член прогрессии, обозначенный буквой  $x$ .

**Решение.**

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:  $q = \frac{1,2}{6} = \frac{1}{5}$ . Поэтому,  $x = 150 \cdot \frac{1}{5} = 30$ .

Ответ: 30.

8. Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии:  $-1024$ ;  $-256$ ;  $-64$ ; ... Найдите сумму первых 5 её членов.

**Решение.**

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-256}{-1024} = \frac{1}{4}.$$

Найдём четвёртый и пятый члены прогрессии:

$$b_4 = b_3q = -64 \cdot \frac{1}{4} = -16, \quad b_5 = b_4q = -16 \cdot \frac{1}{4} = -4.$$

Сумма первых пяти членов прогрессии равна  $-1024 - 256 - 64 - 16 - 4 = -1364$

Ответ:  $-1364$ .

9. Геометрическая прогрессия задана условием  $b_n = 164 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ . Найдите сумму первых её 4 членов.

**Решение.**

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{164 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{164 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n} = \frac{1}{2}.$$

Первый член данной прогрессии равен  $b_1 = 164 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 82$ . Сумма первых  $k$  членов геометрической прогрессии может быть найдена по формуле:

$$S_k = \frac{b_1(1 - q^k)}{1 - q}.$$

Необходимо найти  $S_4$ , имеем:

$$S_4 = \frac{82 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4\right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{82 \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right)}{\frac{1}{2}} = 164 \cdot \frac{15}{16} = 153,75.$$

Ответ: 153,75.

**10.** Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии: ... ; 1,75;  $x$ ; 28 ; -112; ... Найдите член прогрессии, обозначенный буквой  $x$ .

**Решение.**

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:  $q = \frac{-112}{28} = -4$ . Поэтому,  $x = 1,75 \cdot (-4) = -7$ .

Ответ: -7.

**11.** Дана геометрическая прогрессия  $(b_n)$ , для которой  $b_5 = -14$ ,  $b_8 = 112$ . Найдите знаменатель прогрессии.

**Решение.**

Член геометрической прогрессии с номером  $n$  вычисляется по формуле  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ . Зная, что  $b_5 = -14$  и  $b_8 = 112$ , получаем систему уравнений. Решим систему, разделив второе уравнение на первое:

$$\begin{cases} -14 = b_1 \cdot q^4, \\ 112 = b_1 \cdot q^7, \end{cases} \Leftrightarrow \frac{112}{-14} = \frac{b_1 \cdot q^7}{b_1 \cdot q^4} \Leftrightarrow q^3 = -8 \Leftrightarrow q = -2.$$

Ответ: -2.

**12.** Геометрическая прогрессия задана условием  $b_1 = -7$ ,  $b_{n+1} = 3b_n$ . Найдите сумму первых 5 её членов.

**Решение.**

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{3b_n}{b_n} = 3.$$

Сумма первых  $k$  членов геометрической прогрессии может быть найдена по формуле:

$$S_k = \frac{b_1(1 - q^k)}{1 - q}.$$

Необходимо найти  $S_5$ , имеем:

$$S_5 = \frac{-7 \cdot (1 - 3^5)}{1 - 3} = \frac{-7 \cdot (1 - 243)}{-2} = \frac{7 \cdot (-242)}{2} = -847.$$

Ответ: -847.

**13.** Дана геометрическая прогрессия  $(b_n)$ , знаменатель которой равен 2, а  $b_1 = 16$ . Найдите  $b_4$ .

**Решение.**

Член геометрической прогрессии с номером  $n$  можно найти по формуле  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ . В нашем случае  $n = 4$ :

$$b_4 = 16 \cdot 2^3 = 128.$$

Ответ: 128.

14. Дана геометрическая прогрессия  $(b_n)$ , знаменатель которой равен 5, а  $b_1 = \frac{2}{5}$ . Найдите сумму первых 6 её членов.

**Решение.**

Сумма  $n$  первых членов геометрической прогрессии дается формулой

$$S_n = \frac{b_1 \cdot q^n - b_1}{q - 1}.$$

По условию,  $b_1 = \frac{2}{5}$ ,  $q = 5$ , откуда получаем

$$S_6 = \frac{\frac{2}{5} \cdot 5^6 - \frac{2}{5}}{5 - 1} = \frac{\frac{2}{5} \cdot (5^6 - 1)}{4} = \frac{2 \cdot 5^5 - \frac{2}{5}}{4} = 1562,4.$$

Ответ: 1562,4.

15. Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии:  $-256; 128; -64; \dots$  Найдите сумму первых семи её членов.

**Решение.**

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{128}{-256} = -\frac{1}{2}.$$

Сумма первых  $n$  членов геометрической прогрессии может быть найдена по формуле:

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}.$$

Необходимо найти  $S_7$ , имеем:

$$S_7 = \frac{-256 \cdot \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^7\right)}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{-256 \left(1 + \frac{1}{128}\right)}{\frac{3}{2}} = \frac{2 \cdot (-256 - 2)}{3} = -172.$$

Ответ: -172.

16. Дана геометрическая прогрессия  $(b_n)$ , для которой  $b_3 = \frac{4}{7}$ ,  $b_6 = -196$ . Найдите знаменатель прогрессии.

**Решение.**

Член геометрической прогрессии с номером  $n$  вычисляется по формуле  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ . Зная, что  $b_3 = \frac{4}{7}$  и  $b_6 = -196$ , получаем систему уравнений. Решим систему, разделив второе уравнение на первое:

$$\begin{cases} \frac{4}{7} = b_1 \cdot q^2, \\ -196 = b_1 \cdot q^5, \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-196}{\frac{4}{7}} = \frac{b_1 \cdot q^5}{b_1 \cdot q^2} \Leftrightarrow q^3 = -343 \Leftrightarrow q = -7.$$

Ответ:  $-7$ .

17. Геометрическая прогрессия задана условием  $b_1 = -3$ ,  $b_{n+1} = 6b_n$ . Найдите сумму первых 4 её членов.

**Решение.**

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{6b_n}{b_n} = 6.$$

Сумма первых  $k$  членов геометрической прогрессии может быть найдена по формуле:

$$S_k = \frac{b_1(1 - q^k)}{1 - q}.$$

Необходимо найти  $S_4$ , имеем:

$$S_4 = \frac{-3 \cdot (1 - 6^4)}{1 - 6} = \frac{-3 \cdot (1 - 1296)}{-5} = \frac{3 \cdot (-1295)}{5} = -777.$$

Ответ:  $-777$ .

18. Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии: ... ;  $-12$  ;  $x$  ;  $-3$  ;  $1,5$  ; ... Найдите член прогрессии, обозначенный буквой  $x$ .

**Решение.**

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:  $q = \frac{1,5}{-3} = -\frac{1}{2}$ . Поэтому,  $x = -12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 6$ .

Ответ:  $6$ .