

Рациональные выражения

1. Упростите выражение $7b + \frac{2a - 7b^2}{b}$, найдите его значение при $a = 9$; $b = 12$. В ответ запишите полученное число.

Решение.

Упростим выражение:

$$7b + \frac{2a - 7b^2}{b} = 7b + \frac{2a}{b} - 7b = \frac{2a}{b}.$$

Найдём значение выражения при $a = 9$, $b = 12$:

$$\frac{2a}{b} = \frac{18}{12} = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

2. Упростите выражение $\frac{a^2 + 4a}{a^2 + 8a + 16}$ и найдите его значение при $a = -2$. В ответ запишите полученное число.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{a^2 + 4a}{a^2 + 8a + 16} = \frac{a(a+4)}{(a+4)^2} = \frac{a}{a+4}.$$

При $a = -2$, значение полученного выражения равно $-2:2 = -1$.

3. Упростите выражение $\frac{2c - 4}{cd - 2d}$ и найдите его значение при $c = 0,5$; $d = 5$. В ответ запишите полученное число.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{2c - 4}{cd - 2d} = \frac{2(c - 2)}{d(c - 2)} = \frac{2}{d}.$$

При $c = 0,5$; $d = 5$, значение выражения равно $2:5 = 0,4$.

Ответ: 0,4.

4. Упростите выражение $\frac{x^2 - 4}{4x^2} \cdot \frac{2x}{x + 2}$ и найдите его значение при $x = 4$. В ответ запишите полученное число.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{x^2 - 4}{4x^2} \cdot \frac{2x}{x + 2} = \frac{(x+2)(x-2)}{4x^2} \cdot \frac{2x}{x+2} = \frac{x-2}{2x}.$$

При $x = 4$, значение полученного выражения равно 0,25.

Ответ: 0,25.

5. Упростите выражение $\frac{xy + y^2}{15x} \cdot \frac{3x}{x + y}$ и найдите его значение при $x = 18$, $y = 7,5$. В ответе запишите найденное значение.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{xy+y^2}{15x} \cdot \frac{3x}{x+y} = \frac{y(x+y)}{15x} \cdot \frac{3x}{x+y} = \frac{y}{5}$$

При $y = 7,5$, значение полученного выражения равно $7,5 : 5 = 1,5$.

Ответ: 1,5.

6. Представьте в виде дроби выражение $\frac{10x}{2x-3} - 5x$ и найдите его значение при $x = 0,5$. В

ответ запишите полученное число.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{10x}{2x-3} - 5x = \frac{10x - 5x(2x-3)}{2x-3} = \frac{10x - 10x^2 + 15x}{2x-3} = \frac{25x - 10x^2}{2x-3}$$

Найдем значение выражения при $x = 0,5$:

$$\frac{25 \cdot 0,5 - 10 \cdot 0,5^2}{2 \cdot 0,5 - 3} = -\frac{12,5 - 2,5}{1 - 3} = \frac{10}{-2} = -5.$$

Ответ: -5.

7. Упростите выражение $\frac{a^{-11} \cdot a^4}{a^{-3}}$ и найдите его значение при $a = -\frac{1}{2}$. В ответе запишите

полученное число.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{a^{-11} \cdot a^4}{a^{-3}} = \frac{a^{-7}}{a^{-3}} = a^{-4}$$

При $a = -\frac{1}{2}$, значение полученного выражения равно 16.

Ответ: 16.

8. Упростите выражение $\frac{(a-2b)^2 - 4b^2}{a}$ и найдите его значение при

 $a = 0,3$; $b = -0,35$.**Решение.**

Упростим выражение:

$$\frac{(a-2b)^2 - 4b^2}{a} = \frac{a^2 - 4ab + 4b^2 - 4b^2}{a} = \frac{a(a-4b)}{a} = a - 4b.$$

Найдем значение выражения при $a = 0,3$; $b = -0,35$:

$$0,3 + 4 \cdot 0,35 = 0,3 + 1,4 = 1,7;$$

Ответ: 1,7.

9. Найдите значение выражения $\frac{64b^2 + 128b + 64}{b} : \left(\frac{4}{b} + 4\right)$ при $b = -\frac{15}{16}$.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{64(b^2 + 2b + 1)}{b} : \frac{4(1+b)}{b} = \frac{64(b+1)^2}{4(b+1)} = 16(b+1).$$

Подставим в полученное выражение значение $b = -\frac{15}{16}$:

$$16 \cdot \left(-\frac{15}{16} + 1\right) = 16 \cdot \frac{1}{16} = 1.$$

Ответ: 1.

10. Найдите значение выражения $\left(a + \frac{1}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+1}$ при $a = -5$.

Решение.

Упростим выражение:

$$\left(a + \frac{1}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+1} = \frac{a^2 + 2a + 1}{a} \cdot \frac{1}{a+1} = \frac{(a+1)^2}{a(a+1)} = \frac{a+1}{a}.$$

Подставим в полученное выражение значение $a = -5$:

$$\frac{-5+1}{-5} = 0,8.$$

Ответ: 0,8.

11. Найдите значение выражения $\left(\frac{a}{3} + \frac{3}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+3}$ при $a = 6$.

Решение.

Упростим выражение:

$$\left(\frac{a}{3} + \frac{3}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+3} = \frac{a^2 + 6a + 9}{3a} \cdot \frac{1}{a+3} = \frac{(a+3)^2}{3a(a+3)} = \frac{a+3}{3a}.$$

Подставим в полученное выражение значение $a = 6$:

$$\frac{6+3}{18} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

12. Найдите значение выражения $\frac{a(b-3a)^2}{3a^2-ab} - 3a$ при $a = 2, 18$, $b = -5, 6$.

Решение.

Раскроем скобки и приведём к общему знаменателю:

$$\frac{a(b-3a)^2}{3a^2-ab} - 3a = \frac{(b-3a)^2}{3a-b} - 3a = -b + 3a - 3a = -b.$$

Тем самым, искомое значение не зависит от a . Значение выражения при $b = -5, 6$ равно $5, 6$

Ответ: 5,6.

13. Упростите выражение $\frac{6c - c^2}{1 - c} : \frac{c^2}{1 - c}$ и найдите его значение при $c = 1,2$. В ответе запишите найденное значение.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{6c - c^2}{1 - c} : \frac{c^2}{1 - c} = \frac{c(6 - c)}{1 - c} \cdot \frac{1 - c}{c^2} = \frac{6 - c}{c}.$$

Найдём значение выражения при $c = 1,2$:

$$\frac{6 - 1,2}{1,2} = \frac{4,8}{1,2} = 4.$$

Ответ: 4.

14. Упростите выражение $\frac{xy + y^2}{15x} \cdot \frac{3x}{x + y}$ и найдите его значение при $x = 18$ и $y = 7,5$. В ответе запишите найденное значение.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{xy + y^2}{15x} \cdot \frac{3x}{x + y} = \frac{y(x + y)}{15x} \cdot \frac{3x}{x + y} = \frac{y}{5} \quad (\text{при } x \neq 0 \text{ и } x \neq -y).$$

Найдём значение выражения при $y = 7,5$:

$$\frac{7,5}{5} = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

15. Сократите дробь $\frac{(3x + 7)^2 - (3x - 7)^2}{x}$.

Решение.

Сократим дробь:

$$\frac{(3x + 7)^2 - (3x - 7)^2}{x} = \frac{(3x + 7 - 3x + 7)(3x + 7 + 3x - 7)}{x} = \frac{14 \cdot 6x}{x} = 84.$$

Ответ: 84.

16. Упростите выражение $\frac{9b}{a - b} \cdot \frac{a^2 - ab}{54b}$ и найдите его значение при $a = -63$, $b = 9,6$. В ответе запишите найденное значение.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{9b}{a - b} \cdot \frac{a^2 - ab}{54b} = \frac{a(a - b)}{6(a - b)} = \frac{a}{6}.$$

Найдём значение выражения при $a = -63$:

$$-\frac{63}{6} = -10,5.$$

Ответ: -10,5.

17. Найдите значение выражения $\left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right) \cdot \frac{1}{b + a}$ при $a = 1$, $b = \frac{1}{3}$.

Решение.

Упростим выражение:

$$\left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right) \cdot \frac{1}{b+a} = \frac{b^2 - a^2}{ab} \cdot \frac{1}{b+a} = \frac{(b-a)(b+a)}{ab} \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{b-a}{ab}.$$

Найдём значение выражения при $a = 1$, $b = \frac{1}{3}$:

$$\frac{\frac{1}{3} - 1}{1 \cdot \frac{1}{3}} = -\frac{2}{3} \cdot 3 = -2.$$

Ответ: -2.

18. Найдите значение выражения $\frac{1}{4x} - \frac{4x+y}{4xy}$ при $x = \sqrt{42}$, $y = \frac{1}{2}$.**Решение.**

Упростим выражение:

$$\frac{1}{4x} - \frac{4x+y}{4xy} = \frac{y-4x-y}{4xy} = -\frac{4x}{4xy} = -\frac{1}{y}.$$

Значение выражения при $y = \frac{1}{2}$ равно $-\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$.

Ответ: -2.

19. Найдите значение выражения $\frac{16x-25y}{4\sqrt{x}-5\sqrt{y}} - \sqrt{y}$, если $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3$.**Решение.**

Разложим числитель на множители по формуле разности квадратов:

$$\frac{16x-25y}{4\sqrt{x}-5\sqrt{y}} - \sqrt{y} = \frac{(4\sqrt{x}-5\sqrt{y})(4\sqrt{x}+5\sqrt{y})}{4\sqrt{x}-5\sqrt{y}} - \sqrt{y} = 4\sqrt{x}+5\sqrt{y}-\sqrt{y} = 4(\sqrt{x}+\sqrt{y}) = 4 \cdot 3 = 12.$$

Ответ: 12.

20. Найдите значение выражения $\frac{16}{4a-a^2} - \frac{4}{a}$ при $a = -12$.**Решение.**

Преобразуем выражение:

$$\frac{16}{4a-a^2} - \frac{4}{a} = \frac{16}{a(4-a)} - \frac{4}{a} = \frac{16-4(4-a)}{a(4-a)} = \frac{4a}{a(4-a)} = \frac{4}{4-a}.$$

Подставим значение $a = -12$:

$$\frac{4}{4-(-12)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

21. Найдите значение выражения $(a^3 - 25a) \left(\frac{1}{a+5} - \frac{1}{a-5} \right)$ при $a = -39$.

Решение.

Приведём в скобках к общему знаменателю:

$$(a^3 - 25a) \left(\frac{1}{a+5} - \frac{1}{a-5} \right) = a(a^2 - 25) \frac{a-5 - (a+5)}{(a-5)(a+5)} = a \frac{(a-5)(a+5) \cdot (-10)}{(a-5)(a+5)} = -10a.$$

Подставим значение $a = -39$:

$$-10a = -10 \cdot (-39) = 390.$$

Ответ: 390.

22. Найдите значение выражения $(x-3) : \frac{x^2 - 6x + 9}{x+3}$ при $x = -21$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$(x-3) : \frac{x^2 - 6x + 9}{x+3} = (x-3) \cdot \frac{x+3}{(x-3)^2} = \frac{x+3}{x-3}.$$

Подставим значение $x = -21$:

$$\frac{-21+3}{-21-3} = \frac{-18}{-24} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Ответ: 0,75.

23. Найдите значение выражения $\left(\frac{a+2b}{a^2-2ab} - \frac{1}{a} \right) : \frac{b}{2b-a}$ при $a = 1,6$, $b = \sqrt{2} - 1$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$\left(\frac{a+2b}{a^2-2ab} - \frac{1}{a} \right) : \frac{b}{2b-a} = \left(\frac{a+2b}{a(a-2b)} - \frac{1}{a} \right) \cdot \frac{2b-a}{b} = \frac{a+2b - (a-2b)}{a(a-2b)} \cdot \frac{-(a-2b)}{b} = -\frac{4b}{ab} = -\frac{4}{a}.$$

Подставим значения $a = 1,6$:

$$-\frac{4}{1,6} = -\frac{40}{16} = -2,5.$$

Ответ: -2,5.

24. Найдите значение выражения $\frac{8ab}{a+8b} \cdot \left(\frac{a}{8b} - \frac{8b}{a} \right)$ при $a = 8\sqrt{3} + 7$, $b = \sqrt{3} - 3$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$\frac{8ab}{a+8b} \cdot \left(\frac{a}{8b} - \frac{8b}{a} \right) = \frac{8ab}{a+8b} \cdot \frac{a^2 - 64b^2}{8ab} = \frac{(a-8b)(a+8b)}{a+8b} = a - 8b.$$

Подставим значения $a = 8\sqrt{3} + 7$, $b = \sqrt{3} - 3$:

$$8\sqrt{3} + 7 - 8(\sqrt{3} - 3) = 8\sqrt{3} + 7 - 8\sqrt{3} + 3 \cdot 8 = 31.$$

Ответ: 31.

25. Найдите значение выражения $\left(\frac{y}{5x} - \frac{5x}{y} \right) : (y+5x)$ при $x = \frac{1}{7}$, $y = \frac{1}{4}$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$\left(\frac{y}{5x} - \frac{5x}{y}\right) : (y+5x) = \frac{y^2 - 25x^2}{5xy} \cdot \frac{1}{y+5x} = \frac{(y-5x)(y+5x)}{5xy \cdot (y+5x)} = \frac{y-5x}{5xy}.$$

Подставим $x = \frac{1}{7}$, $y = \frac{1}{4}$:

$$\frac{\frac{1}{4} - \frac{5}{7}}{5 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{7 - 5 \cdot 4}{5} = \frac{-13}{5} = -2,6.$$

Ответ: -2,6.

26. Найдите значение выражения $\frac{8a}{9c} - \frac{64a^2 + 81c^2}{72ac} + \frac{9c - 64a}{8a}$ при $a = 78$, $c = 21$.

Решение.

Преобразуем выражение:

$$\begin{aligned} \frac{8a}{9c} - \frac{64a^2 + 81c^2}{72ac} + \frac{9c - 64a}{8a} &= \frac{8a \cdot 8a - (64a^2 + 81c^2) + 9c(9c - 64a)}{72ac} \\ &= \frac{64a^2 - 64a^2 - 81c^2 + 81c^2 - 576ac}{72ac} = \frac{-576ac}{72ac} = -8. \end{aligned}$$

Ответ: -8.

27. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{5a} + \frac{1}{7a}\right) \cdot \frac{a^2}{4}$ при $a = 7,7$.

Решение.

Упростим выражение:

$$\left(\frac{1}{5a} + \frac{1}{7a}\right) \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{7+5}{35a} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{12a^2}{35 \cdot 4a} = \frac{3}{35}a.$$

Подставим в полученное выражение значение $a = 7,7$:

$$\frac{3}{35} \cdot 7,7 = 0,66.$$

Ответ: 0,66.

28. Найдите значение выражения: $\frac{4x - 25y}{2\sqrt{x} - 5\sqrt{y}} - 3\sqrt{y}$, если $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{4x - 25y}{2\sqrt{x} - 5\sqrt{y}} - 3\sqrt{y} = \frac{(2\sqrt{x} - 5\sqrt{y})(2\sqrt{x} + 5\sqrt{y})}{2\sqrt{x} - 5\sqrt{y}} - 3\sqrt{y} = 2\sqrt{x} + 5\sqrt{y} - 3\sqrt{y} = 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 2(\sqrt{x} + \sqrt{y})$$

Подставим значение $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$:

$$2 \cdot 4 = 8$$

Ответ: 8