

## Многоугольники

1. Сумма трех углов выпуклого четырехугольника равна  $300^\circ$ . Найдите четвертый угол. Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

Так как сумма углов выпуклого четырехугольника равна  $360^\circ$ , четвертый угол равен  $360^\circ - 300^\circ = 60^\circ$ .

Ответ: 60.

2. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$   $AB = BC$ ,  $AD = CD$ ,  $\angle B = 60^\circ$ ,  $\angle D = 110^\circ$ . Найдите угол  $A$ . Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна  $360^\circ$ . Имеем:  $\angle A + \angle C + 60^\circ + 110^\circ = 360^\circ \Leftrightarrow \angle A + \angle C = 190^\circ$ . Так как  $AB = BC$ ,  $AD = CD$  и  $BD$  — общая треугольника  $ABD$  и  $BDC$ . Из равенства треугольников следует, что  $\angle A = \angle C$ . Таким образом,  $\angle A = 95^\circ$ .

Ответ: 95.

3. Углы выпуклого четырехугольника относятся как 1:2:3:4. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

Пусть  $x$  — меньший угол четырехугольника, тогда другие его углы равны  $2x$ ,  $3x$  и  $4x$ . Так как сумма углов выпуклого четырехугольника равна  $360^\circ$  имеем:

$$x + 2x + 3x + 4x = 360^\circ \Leftrightarrow 10x = 360^\circ \Leftrightarrow x = 36^\circ.$$

Таким образом, меньший угол четырёхугольника равен  $36^\circ$ .

Ответ: 36.

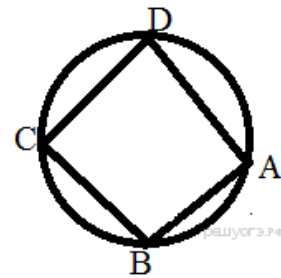
4. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $82^\circ$  и  $58^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

Сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна  $180^\circ$ , поэтому в условии говорится об односторонних углах. Пусть  $\angle A = 82^\circ$ ,  $\angle B = 58^\circ$ . Тогда  $\angle C = 98^\circ$ ,  $\angle D = 122^\circ$ .

Таким образом, искомый угол равен  $122^\circ$ .

Ответ: 122.



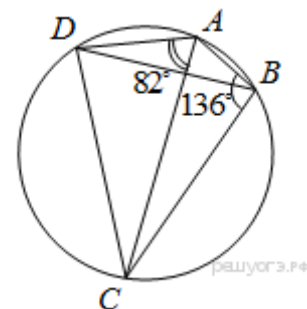
5. Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $136^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $82^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

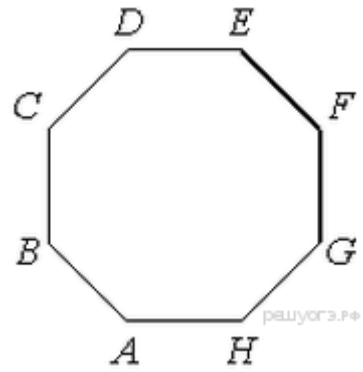
Углы  $DAC$  и  $DBC$  опираются на одну дугу  $DC$ , следовательно, они равны. Найдём угол  $ABD$ :

$$\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = \angle ABC - \angle DAC = 136^\circ - 82^\circ = 54^\circ.$$

Ответ: 54.



6.  $ABCDEFGH$  — правильный восьмиугольник. Найдите угол  $EFG$ . Ответ дайте в градусах.

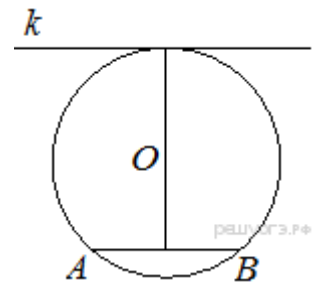


**Решение.**

Величина угла правильного  $n$ -угольника вычисляется по формуле  $\alpha = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$ . Поставляя  $n$ , равное восьми, получаем:  $\angle EFG = \frac{180^\circ \cdot 6}{8} = 135$ .

Ответ: 135.

7. Радиус окружности с центром в точке  $O$  равен 85, длина хорды  $AB$  равна 80 (см. рисунок). Найдите расстояние от хорды  $AB$  до параллельной ей касательной  $k$ .



**Решение.**

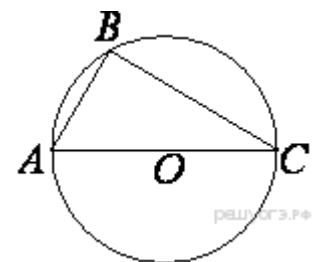
Проведём радиусы к концам хорды, пусть точка  $H$  — её середина. Треугольник  $AOB$  равнобедренный, его медиана  $OH$  является высотой, поэтому треугольник  $AOH$  прямоугольный. По теореме Пифагора:

$$OH = \sqrt{AO^2 - AH^2} = \sqrt{85^2 - 40^2} = \sqrt{5^2(17^2 - 8^2)} = 5\sqrt{225} = 75.$$

Следовательно, расстояние от хорды до параллельной ей касательной равно  $75 + 85 = 160$ .

Ответ: 160.

8. Сторона  $AC$  треугольника  $ABC$  проходит через центр описанной около него окружности. Найдите  $\angle C$ , если  $\angle A = 75^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

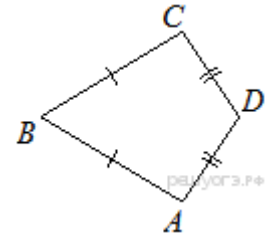


**Решение.**

Угол  $B$  — вписанный, опирающийся на диаметр, поэтому он равен  $90^\circ$ . Сумма углов в треугольнике равна  $180^\circ$ , следовательно,  $\angle C = 180^\circ - \angle B - \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ .

Ответ: 15.

9. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$   $AB = BC$ ,  $AD = CD$ ,  $\angle B = 77^\circ$ ,  $\angle D = 141^\circ$ . Найдите угол  $A$ . Ответ дайте в градусах.

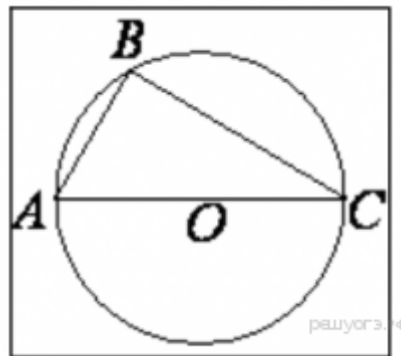


**Решение.**

Проведём диагональ  $BD$ . Рассмотрим треугольники  $ABD$  и  $BCD$ ,  $AB$  равно  $BC$ ,  $AD$  равно  $CD$ ,  $BD$  — общая, следовательно, треугольники равны. Откуда  $\angle CBD = \angle ABD = \angle B/2 = 38,5^\circ$  и  $\angle CDB = \angle ADB = \angle D/2 = 70,5^\circ$ . Сумма углов в треугольнике равна  $180^\circ$ , откуда  $\angle A = 180^\circ - \angle ABD - \angle ADB = 180^\circ - 38,5^\circ - 70,5^\circ = 71^\circ$ .

Ответ: 71.

10. Сторона  $AC$  треугольника  $ABC$  проходит через центр описанной около него окружности. Найдите  $\angle C$ , если  $\angle A = 81^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



**Решение.**

Угол  $B$  — вписанный, опирающийся на диаметр, поэтому он равен  $90^\circ$ . Сумма углов в треугольнике равна  $180^\circ$ , следовательно,  $\angle C = 180^\circ - \angle B - \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 81^\circ = 9^\circ$ .

Ответ: 9.