

Многоугольники

1. Сумма трех углов выпуклого четырехугольника равна 300° . Найдите четвертый угол. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Так как сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360° , четвертый угол равен $360^\circ - 300^\circ = 60^\circ$.

Ответ: 60.

2. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB = BC$, $AD = CD$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle D = 110^\circ$. Найдите угол A . Ответ дайте в градусах.

Решение.

Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360° . Имеем: $\angle A + \angle C + 60^\circ + 110^\circ = 360^\circ \Leftrightarrow \angle A + \angle C = 190^\circ$. Так как $AB = BC$, $AD = CD$ и BD — общая треугольника ABD и BDC . Из равенства треугольников следует, что $\angle A = \angle C$. Таким образом, $\angle A = 95^\circ$.

Ответ: 95.

3. Углы выпуклого четырехугольника относятся как 1:2:3:4. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Пусть x — меньший угол четырехугольника, тогда другие его углы равны $2x$, $3x$ и $4x$. Так как сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360° имеем:

$$x + 2x + 3x + 4x = 360^\circ \Leftrightarrow 10x = 360^\circ \Leftrightarrow x = 36^\circ.$$

Таким образом, меньший угол четырёхугольника равен 36° .

Ответ: 36.

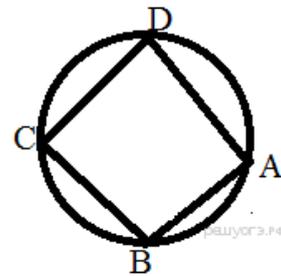
4. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 82° и 58° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна 180° , поэтому в условии говорится об односторонних углах. Пусть $\angle A = 82^\circ$, $\angle B = 58^\circ$. Тогда $\angle C = 98^\circ$, $\angle D = 122^\circ$.

Таким образом, искомый угол равен 122° .

Ответ: 122.



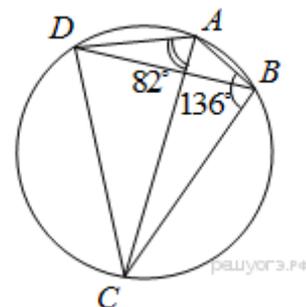
5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 136° , угол CAD равен 82° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Решение.

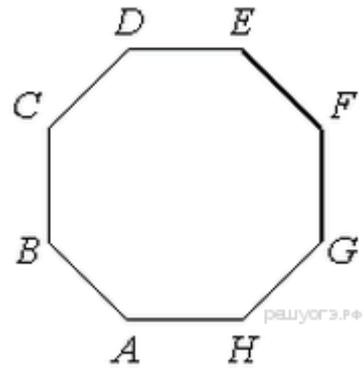
Углы DAC и DBC опираются на одну дугу DC , следовательно, они равны. Найдём угол ABD :

$$\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = \angle ABC - \angle DAC = 136^\circ - 82^\circ = 54^\circ.$$

Ответ: 54.



6. $ABCDEFGH$ — правильный восьмиугольник. Найдите угол EFG . Ответ дайте в градусах.

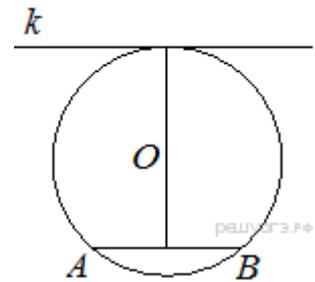


Решение.

Величина угла правильного n -угольника вычисляется по формуле $\alpha = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$. Поставляя n , равное восьми, получаем: $\angle EFG = \frac{180^\circ \cdot 6}{8} = 135$.

Ответ: 135.

7. Радиус окружности с центром в точке O равен 85, длина хорды AB равна 80 (см. рисунок). Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной k .



Решение.

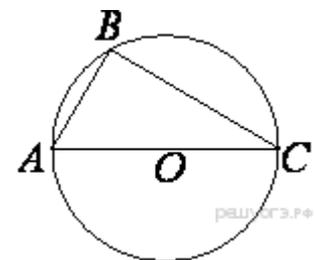
Проведём радиусы к концам хорды, пусть точка H — её середина. Треугольник AOB равнобедренный, его медиана OH является высотой, поэтому треугольник AON прямоугольный. По теореме Пифагора:

$$OH = \sqrt{AO^2 - AH^2} = \sqrt{85^2 - 40^2} = \sqrt{5^2(17^2 - 8^2)} = 5\sqrt{225} = 75.$$

Следовательно, расстояние от хорды до параллельной ей касательной равно $75 + 85 = 160$.

Ответ: 160.

8. Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A = 75^\circ$. Ответ дайте в градусах.

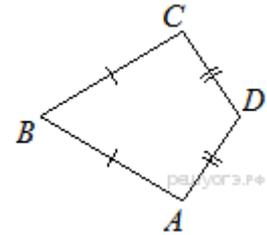


Решение.

Угол B — вписанный, опирающийся на диаметр, поэтому он равен 90° . Сумма углов в треугольнике равна 180° , следовательно, $\angle C = 180^\circ - \angle B - \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$.

Ответ: 15.

9. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB = BC$, $AD = CD$, $\angle B = 77^\circ$, $\angle D = 141^\circ$. Найдите угол A . Ответ дайте в градусах.

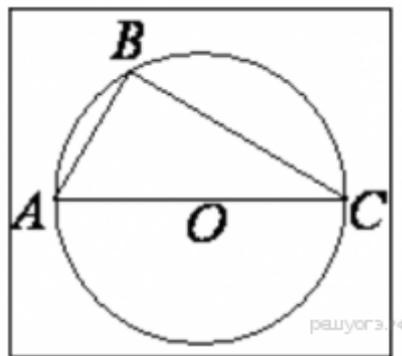


Решение.

Проведём диагональ BD . Рассмотрим треугольники ABD и BCD , AB равно BC , AD равно CD , BD — общая, следовательно, треугольники равны. Откуда $\angle CBD = \angle ABD = \angle B/2 = 38,5^\circ$ и $\angle CDB = \angle ADB = \angle D/2 = 70,5^\circ$. Сумма углов в треугольнике равна 180° , откуда $\angle A = 180^\circ - \angle ABD - \angle ADB = 180^\circ - 38,5^\circ - 70,5^\circ = 71^\circ$.

Ответ: 71.

10. Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A = 81^\circ$. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Угол B — вписанный, опирающийся на диаметр, поэтому он равен 90° . Сумма углов в треугольнике равна 180° , следовательно, $\angle C = 180^\circ - \angle B - \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 81^\circ = 9^\circ$.

Ответ: 9.