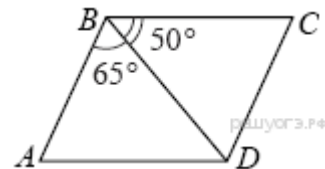


Параллелограмм

1. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 65° и 50° . Найдите меньший угол параллелограмма.



Решение.

Углы A и B — односторонние, поэтому угол A равен $180^\circ - 50^\circ - 65^\circ = 65^\circ$.

Ответ: 65.

2. Разность углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 40° . Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Пусть меньший угол равен x , тогда больший угол равен $x + 40^\circ$.

Поскольку сумма односторонних углов равна 180° , имеем:
 $x + x + 40^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow 2x = 140^\circ \Leftrightarrow x = 70^\circ$.

Таким образом, наименьший угол параллелограмма равен 70° .

Ответ: 70.

3. Один угол параллелограмма в два раза больше другого. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.

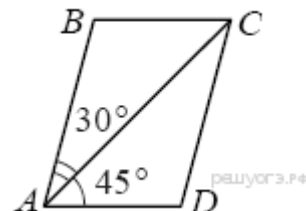
Решение.

Пусть x — меньший угол параллелограмма, а $2x$ — больший угол, $x + 2x + x + 2x = 6x$ — сумма углов параллелограмма, откуда $x = 60^\circ$.

Таким образом меньший угол параллелограмма равен 60° .

Ответ: 60.

4. Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 30° и 45° . Найдите больший угол параллелограмма.

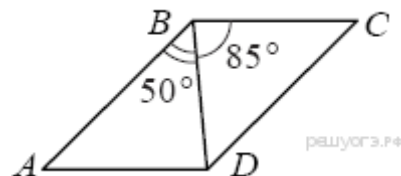


Решение.

Так как угол A равен 75° , а сумма односторонних углов параллелограмма равна 180° , больший угол параллелограмма равен 105° .

Ответ: 105.

5. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 50° и 85° . Найдите меньший угол параллелограмма.



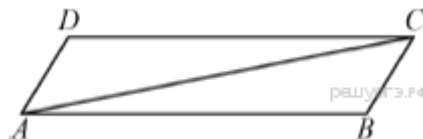
Решение.

Так как угол B равен 135° , а сумма односторонних углов параллелограмма равна 180° , меньший угол параллелограмма равен 45° .

Ответ: 45.

6.

В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Угол DAC равен 47° , а угол CAB равен 11° . Найдите больший угол параллелограмма $ABCD$. Ответ дайте в градусах.

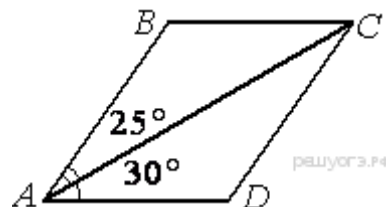


Решение.

Угол DAB равен $47^\circ + 11^\circ = 58^\circ$, а сумма углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 180° . Поэтому угол ADC равен $180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$. Он и является наибольшим.

Ответ: 122.

7. Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 25° и 30° . Найдите больший угол параллелограмма.



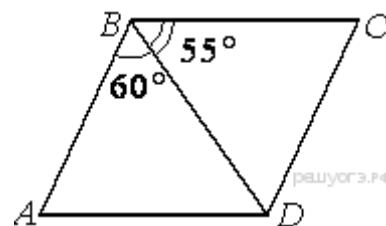
Решение.

Сумма односторонних углов параллелограмма равна 180° . Поэтому величина большего угла параллелограмма будет равна:

$$\angle CBA = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - (\angle BAC + \angle CAD) = 180^\circ - (25^\circ + 30^\circ) = 125^\circ.$$

Ответ: 125° .

8. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 60° и 55° . Найдите меньший угол параллелограмма.

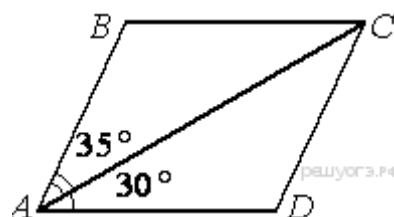


Решение.

Сумма односторонних углов равна 180° . Таким образом, искомый угол параллелограмма равен: $180^\circ - 60^\circ - 55^\circ = 65^\circ$.

Ответ: 65° .

9. Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 35° и 30° . Найдите больший угол параллелограмма.



Решение.

Сумма смежных углов в параллелограмме равна 180° , тогда искомый угол равен: $180^\circ - 35^\circ - 30^\circ = 115^\circ$.

Ответ: 115.

10. На продолжении стороны AD параллелограмма $ABCD$ за точкой D отмечена точка E так, что $DC = DE$. Найдите больший угол параллелограмма $ABCD$, если $\angle DEC = 53^\circ$. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Треугольник CDE — равнобедренный, следовательно $\angle DCE = \angle ECD = 53^\circ$.

Тогда угол CDE равен

$$\angle CDE = 180^\circ - \angle DCE - \angle ECD = 180^\circ - 53^\circ - 53^\circ = 74^\circ.$$

Угол ADE — развёрнутый, он состоит из двух углов: ADC и CDE . Значит больший угол ADC параллелограмма $ABCD$ будет равен

$$\angle ADC = 180^\circ - \angle CDE = 180^\circ - 74 = 106^\circ.$$

Ответ: 106° .

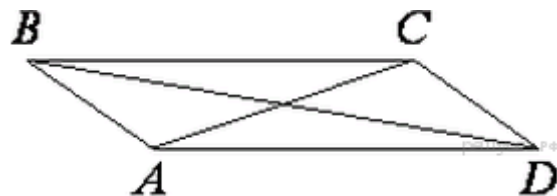
11. В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 6.

Решение.

Пусть длин сторон параллелограмма равны a и b . В выпуклый четырёхугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы длин противоположных сторон равны: $a + a = b + b$. Периметр параллелограмма $P = a + b + a + b = a + a + b + b = 4a = 4 \cdot 6 = 24$.

Ответ: 24.

12. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD = 104^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

Пусть точка пересечения диагоналей — точка O . Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам, откуда $AO = OC = AB = CD$. Поскольку $OC = CD$, треугольник COD — равнобедренный, следовательно, $\angle COD = \angle CDO = (180^\circ - \angle ACD)/2 = 76^\circ/2 = 38^\circ$. Угол COD является искомым углом между диагоналями параллелограмма.

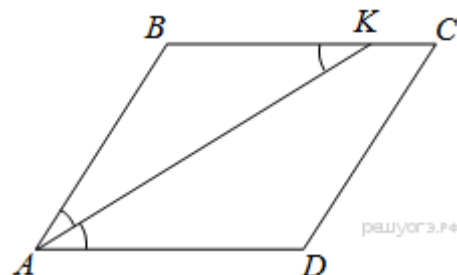
Ответ: 38.

13. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 7$, $CK = 12$.

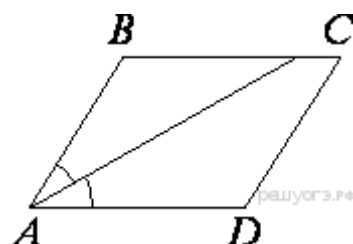
Решение.

Углы BKA и KAD равны как накрест лежащие углы при параллельных прямых, поэтому углы BAK и BKA также равны. Следовательно, треугольник ABK — равнобедренный, откуда $AB = BK = 7$. Противоположные стороны параллелограмма равны. Периметр параллелограмма равен сумме длин всех его сторон $P = 2(BC + AB) = 2(7 + 12 + 7) = 52$.

Ответ: 52.



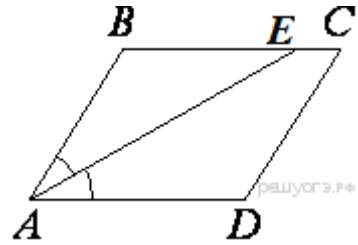
14. Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 15° . Ответ дайте в градусах.



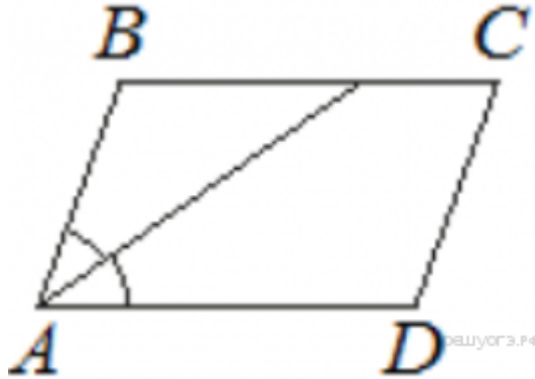
Решение.

Введём обозначения как показано на рисунке. Углы BEA и EAD равны как накрест лежащие углы при параллельных прямых AD и BC . Поскольку AE — биссектриса угла A , $\angle BAD = 2\angle BAE = 2\angle BEA = 30^\circ$. Сумма смежных углов параллелограмма равна 180° , поэтому угол ABC равен 150° . Таким образом, острый угол параллелограмма равен 30° .

Ответ: 30.

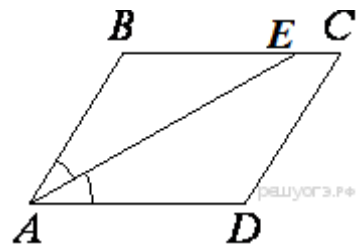


15. Найдите острый угол параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 33° . Ответ дайте в градусах.

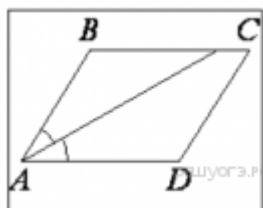
**Решение.**

Введём обозначения как показано на рисунке. Углы BEA и EAD равны как накрест лежащие углы при параллельных прямых AD и BC . Поскольку AE — биссектриса угла A , $\angle BAD = 2\angle BAE = 2\angle BEA = 66^\circ$. Сумма смежных углов параллелограмма равна 180° , поэтому угол ABC равен 114° . Таким образом, острый угол параллелограмма равен 66° .

Ответ: 66.

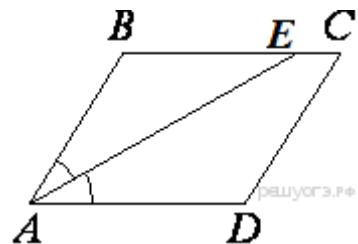


16. Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 31° . Ответ дайте в градусах.

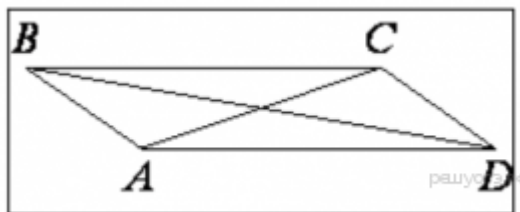
**Решение.**

Введём обозначения как показано на рисунке. Углы BEA и EAD равны как накрест лежащие углы при параллельных прямых AD и BC . Поскольку AE — биссектриса угла A , $\angle BAD = 2\angle BAE = 2\angle BEA = 62^\circ$. Сумма смежных углов параллелограмма равна 180° , поэтому угол ABC равен 118° . Таким образом, острый угол параллелограмма равен 62° .

Ответ: 62.



17. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD = 169^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

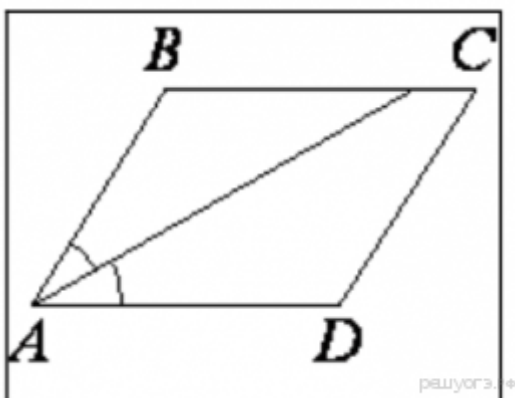


Решение.

Пусть точка пересечения диагоналей — точка O . Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам, откуда $AO = OC = AB = CD$. Поскольку $OC = CD$, треугольник COD — равнобедренный, следовательно, $\angle COD = \angle CDO = (180^\circ - \angle ACD)/2 = 11^\circ/2 = 5,5^\circ$. Угол COD является искомым углом между диагоналями параллелограмма.

Ответ: 5,5.

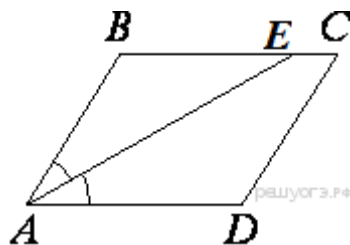
18. Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 14° . Ответ дайте в градусах.



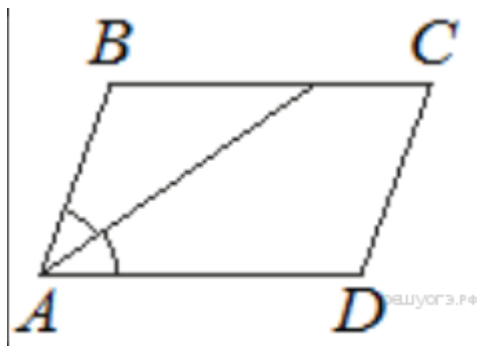
Решение.

Введём обозначения как показано на рисунке. Углы BEA и EAD равны как накрест лежащие углы при параллельных прямых AD и BC . Поскольку AE — биссектриса угла A , $\angle BAD = 2\angle BAE = 2\angle BEA = 28^\circ$. Сумма смежных углов параллелограмма равна 180° , поэтому угол ABC равен 152° . Таким образом, острый угол параллелограмма равен 28° .

Ответ: 28.



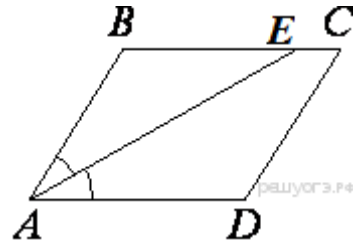
19. Найдите острый угол параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 41° . Ответ дайте в градусах.



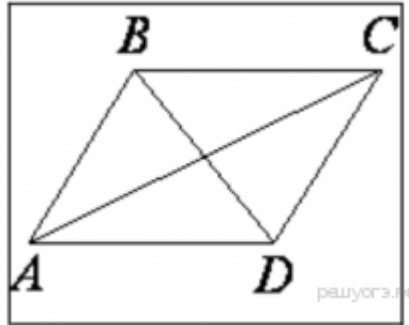
Решение.

Введём обозначения как показано на рисунке. Углы BEA и EAD равны как накрест лежащие углы при параллельных прямых AD и BC . Поскольку AE — биссектриса угла A , $BAD = 2\angle BAE = 2\angle BEA = 82^\circ$. Сумма смежных углов параллелограмма равна 180° , поэтому угол ABC равен 98° . Таким образом, острый угол параллелограмма равен 82° .

Ответ: 82.



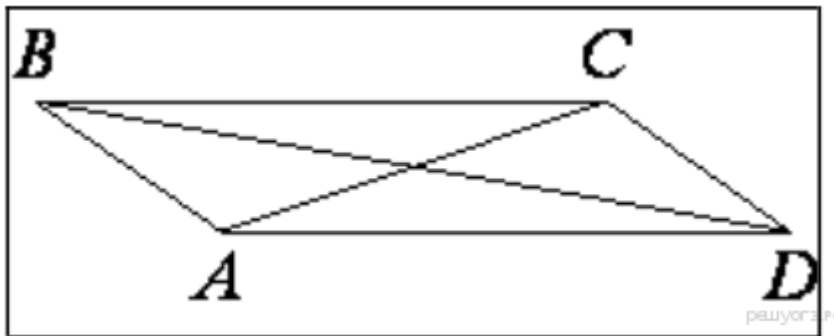
20. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD = 21^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

Пусть точка пересечения диагоналей — точка O . Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам, откуда $AO = OC = AB = CD$. Поскольку $OC = CD$, треугольник COD — равнобедренный, следовательно, $\angle COD = \angle CDO = (180^\circ - \angle ACD)/2 = 159^\circ/2 = 79,5^\circ$. Угол COD является искомым углом между диагоналями параллелограмма.

Ответ: 79,5.

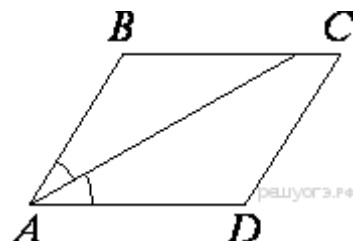
21. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD = 111^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

Пусть точка пересечения диагоналей — точка O . Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам, откуда $AO = OC = AB = CD$. Поскольку $OC = CD$, треугольник COD — равнобедренный, следовательно, $\angle COD = \angle CDO = (180^\circ - \angle ACD)/2 = 69^\circ/2 = 34,5^\circ$. Угол COD является искомым углом между диагоналями параллелограмма.

Ответ: 34,5.

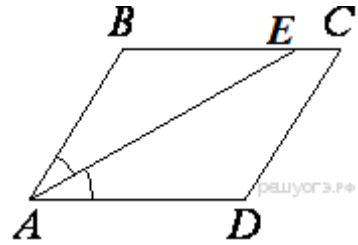
22. Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 13° . Ответ дайте в градусах.



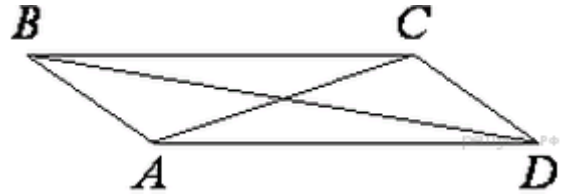
Решение.

Введём обозначения как показано на рисунке. Углы BEA и EAD равны как накрест лежащие углы при параллельных прямых AD и BC . Поскольку AE — биссектриса угла A , $BAD = 2\angle BAE = 2\angle BEA = 26^\circ$. Сумма смежных углов параллелограмма равна 180° , поэтому угол ABC равен 154° . Таким образом, острый угол параллелограмма равен 26° .

Ответ: 26.



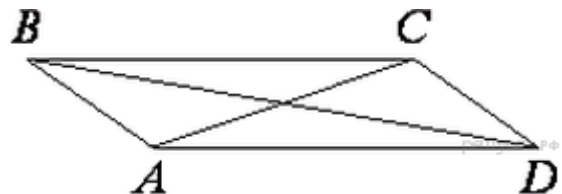
23. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD = 17^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

Пусть точка пересечения диагоналей — точка O . Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам, откуда $AO = OC = AB = CD$. Поскольку $OC = CD$, треугольник COD — равнобедренный, следовательно, $\angle COD = \angle CDO = (180^\circ - \angle ACD)/2 = 163^\circ/2 = 81,5^\circ$. Угол COD является искомым углом между диагоналями параллелограмма.

Ответ: 81,5.

24. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD = 63^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

Пусть точка пересечения диагоналей — точка O . Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам, откуда $AO = OC = AB = CD$. Поскольку $OC = CD$, треугольник COD — равнобедренный, следовательно, $\angle COD = \angle CDO = (180^\circ - \angle ACD)/2 = 117^\circ/2 = 58,5^\circ$. Угол COD является искомым углом между диагоналями параллелограмма.

Ответ: 58,5.