

Ромб

1. Сторона ромба равна 34, а острый угол равен 60° . Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?

Перечислите эти длины в ответе через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

Введём обозначения, как показано на рисунке. Имеем:

$$AH = AB \cos 60^\circ = 34 \cdot \frac{1}{2} = 17.$$

$$\text{Тогда } HD = AD - AH = 34 - 17 = 17.$$

Ответ: 17; 17.

2. Площадь ромба равна 27, а периметр равен 36. Найдите высоту ромба.

Решение.

Пусть a сторона ромба, h — его высота. Все стороны ромба равны, поэтому $a = \frac{P}{4} = \frac{36}{4} = 9$. Площадь ромба можно найти как произведение стороны на высоту:

$$S = ah \Leftrightarrow h = \frac{S}{a},$$
$$h = \frac{27}{9} = 3.$$

Ответ: 3.

3. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 19, а одна из диагоналей ромба равна 76. Найдите углы ромба.

В ответе запишите величины различных углов в порядке возрастания через точку с запятой.

Решение.

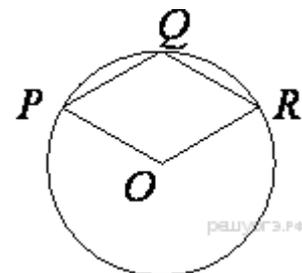
Введём обозначения, как показано на рисунке. Пусть диагональ AC равна 76. Диагонали ромба пересекаются под прямым углом и делятся точкой пересечения пополам. Рассмотрим треугольник AOH , он прямоугольный,

найдем синус угла OAH : $\sin \angle OAH = \frac{OH}{AO} = \frac{19}{38} = \frac{1}{2}$, следовательно, угол OAH равен 30° .

Рассмотрим треугольники AOB и AOD , они прямоугольные, AO — общая, $AB = AD$, следовательно, эти треугольники равны, откуда $\angle BAO = \angle OAD = 30^\circ$, поэтому $\angle BAD = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$. Сумма смежных углов ромба равно 180° , откуда $\angle ABC = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Ответ: 60; 120.

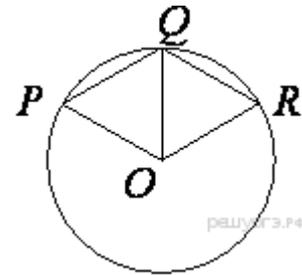
4. Точка O — центр окружности, на которой лежат точки P , Q и R таким образом, что $OPQR$ — ромб. Найдите угол ORQ . Ответ дайте в градусах.



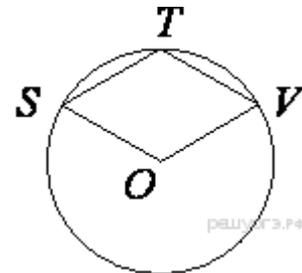
Решение.

Проведём диагональ OQ . Рассмотрим треугольник OQR , OQ и OR равны как радиусы окружности. Все стороны ромба равны, поэтому $OR = QR$, получаем, что $OQ = QR = OR$, следовательно, треугольник OQR — равносторонний, поэтому все его углы, в том числе и угол ORQ , равны 60° .

Ответ: 60.

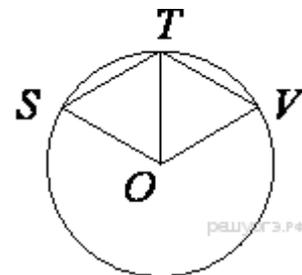


5. Точка O — центр окружности, на которой лежат точки S, T и V таким образом, что $OSTV$ — ромб. Найдите угол STV . Ответ дайте в градусах.

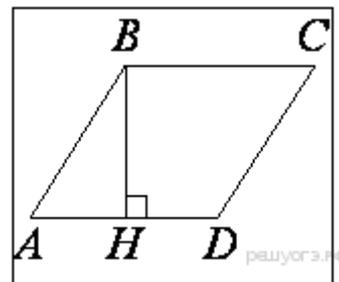
**Решение.**

Проведём диагональ TO . Рассмотрим треугольник OTV , TO и OV равны как радиусы окружности. Все стороны ромба равны, поэтому $TV = OV$, получаем, что $OV = TV = TO$, следовательно, треугольник OTV — равносторонний, поэтому все его углы, в том числе и угол OTV , равны 60° . Аналогично, треугольник STO — равносторонний и угол STO равен 60° . Таким образом, угол STV равный сумме углов STO и OTV равен 120° .

Ответ: 120.



6. Высота BH ромба $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH = 44$ и $HD = 11$. Найдите площадь ромба.

**Решение.**

Из прямоугольного треугольника ABH найдем BH по теореме Пифагора:

$$BH^2 = AB^2 - AH^2 = 55^2 - 44^2 = 33^2 \Leftrightarrow BH = 33$$

Площадь ромба можно найти как произведение основания на высоту:

$$S_{ABCD} = BH \cdot AD = 33 \cdot 55 = 1815$$

Ответ: 1815