

Треугольники общего вида

1. У треугольника со сторонами 16 и 2 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой стороне, равна 1. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?

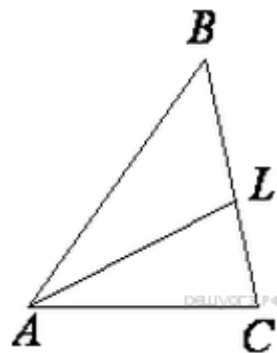
Решение.

Пусть известные стороны треугольника равны a и b а высоты, проведённые к ним h_a и h_b . Площадь треугольника можно найти как половину произведения стороны на высоту, проведённую к этой стороне:

$$\frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b \Leftrightarrow h_b = \frac{ah_a}{b},$$
$$h_b = \frac{16 \cdot 1}{2} = 8.$$

Ответ: 8.

2. В треугольнике ABC проведена биссектриса AL , угол ALC равен 112° , угол ABC равен 106° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Решение.

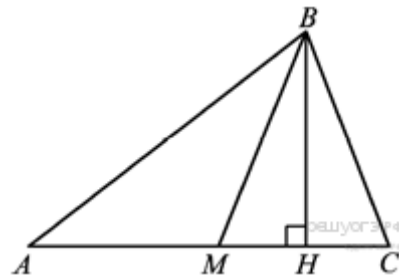
Пусть угол BAL равен α , угол ACB равен β . Сумма углов в треугольнике ABC равна 180° , откуда $2\alpha + 106^\circ + \beta = 180^\circ$. Аналогично, из треугольника ALC $\alpha + 112^\circ + \beta = 180^\circ$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\alpha + 106^\circ + \beta = 180^\circ, \\ \alpha + 112^\circ + \beta = 180^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(68^\circ - \beta) + \beta = 74^\circ, \\ \alpha = 68^\circ - \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = 62^\circ, \\ \alpha = 6^\circ. \end{cases}$$

Таким образом, угол ACB равен 62° .

Ответ: 62.

3. В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH . Известно, что $AC = 84$ и $BC = BM$. Найдите AH .

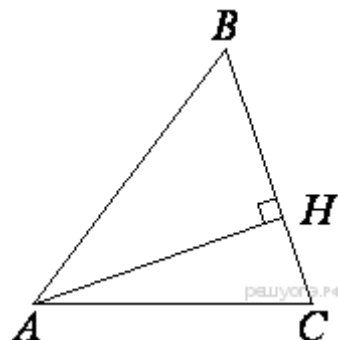


Решение.

Поскольку BM — медиана, $AM = MC = \frac{AC}{2} = \frac{84}{2} = 42$. Рассмотрим треугольник BMC , $BC = BM$, следовательно, треугольник BMC — равнобедренный, BH — высота, следовательно, BH — медиана, откуда $MH = HC = \frac{MC}{2} = \frac{42}{2} = 21$. Найдём AH : $AH = AM + MH = 42 + 21 = 63$.

Ответ: 63.

4. В остроугольном треугольнике ABC высота AH равна $20\sqrt{3}$, а сторона AB равна 40. Найдите $\cos B$.



Решение.

Рассмотрим прямоугольный треугольник ABH , из теоремы Пифагора найдём BH :

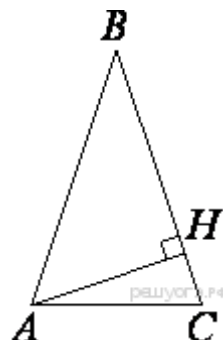
$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{1600 - 1200} = 20.$$

По определению косинус угла в прямоугольном треугольнике — это отношение прилежащего катета к гипотенузе:

$$\cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

5. В треугольнике ABC $AB = BC$, а высота AH делит сторону BC на отрезки $BH = 64$ и $CH = 16$. Найдите $\cos B$.



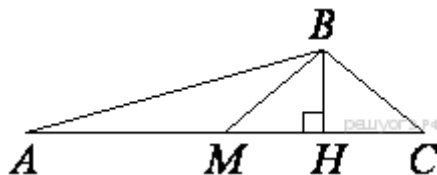
Решение.

Из треугольника ABH , по определению косинуса:

$$\cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{BH}{BC} = \frac{BH}{BH + CH} = \frac{64}{64 + 16} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

Ответ: 0,8.

6. В треугольнике ABC BM — медиана и BH — высота. Известно, что $AC = 216$, $HC = 54$ и $\angle ACB = 40^\circ$. Найдите угол AMB . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Поскольку BM — медиана, $AM = MC = \frac{AC}{2} = \frac{216}{2} = 108$. Найдём MH : $MH = MC - HC = 108 - 54 = 54$. Рассмотрим треугольники BHM и BHC , они прямоугольные, MH равно HC , BH — общая, следовательно, треугольники равны. Откуда $BC = BM$, то есть треугольник MBC — равнобедренный, значит, $\angle BMH = \angle BCH = 40^\circ$. Углы AMB и BMC — смежные, вместе составляют развёрнутый угол, поэтому $\angle AMB = 180^\circ - \angle BMC = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$.

Ответ: 140.

7. Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 65° и 85° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 14.

Решение.

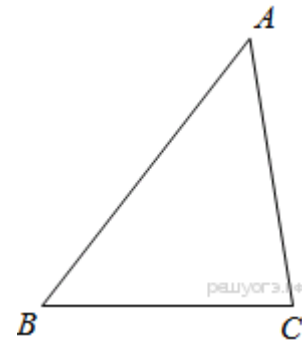
Сумма углов треугольника равна 180° , поэтому $\angle A = 180^\circ - 65^\circ - 85^\circ = 30^\circ$.

По теореме синусов:

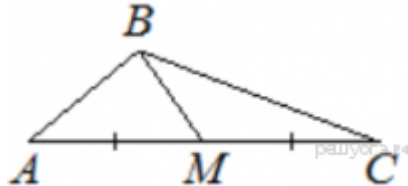
$$2R = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}.$$

Откуда получаем, что $BC = 2R \cdot \sin A = 2 \cdot 14 \cdot \frac{1}{2} = 14$.

Ответ: 14.



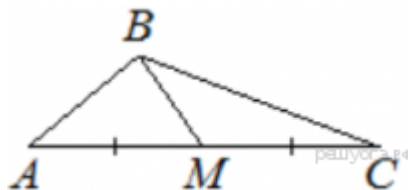
8. В треугольнике ABC известно, что $AC = 54$, BM - медиана, $BM = 43$. Найдите AM .

**Решение.**

Так как BM - медиана, следовательно $AM = \frac{AC}{2} = \frac{54}{2} = 27$

Ответ: 27

9. В треугольнике ABC известно, что $AC = 38$, BM - медиана, $BM = 17$. Найдите AM .

**Решение.**

Так как BM - медиана, следовательно $AM = \frac{AC}{2} = \frac{38}{2} = 19$

Ответ: 19

10. В треугольнике два угла равны 36° и 73° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Сумма углов треугольника равна 180° . Следовательно, $180^\circ - 36^\circ - 73^\circ = 71^\circ$

Ответ: 71

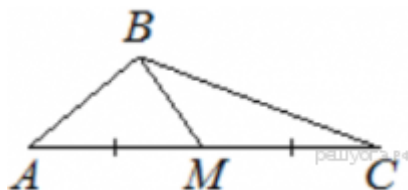
11. В треугольнике два угла равны 43° и 88° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Сумма углов треугольника равна 180° . Следовательно, $180^\circ - 43^\circ - 88^\circ = 49^\circ$

Ответ: 49

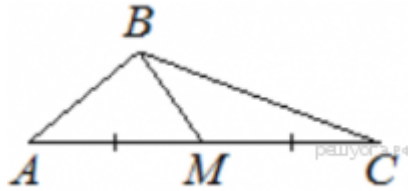
12. В треугольнике ABC известно, что $AC = 32$, BM - медиана, $BM = 23$. Найдите AM .

**Решение.**

Так как BM - медиана, следовательно $AM = \frac{AC}{2} = \frac{32}{2} = 16$

Ответ: 16

13. В треугольнике ABC известно, что $AC = 58$, BM - медиана, $BM = 37$. Найдите AM .

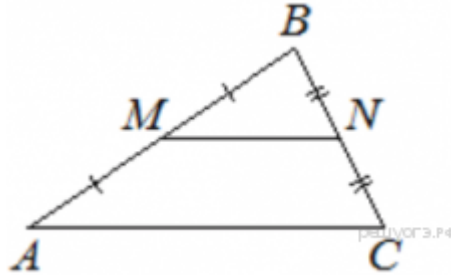


Решение.

Так как BM - медиана, следовательно $AM = \frac{AC}{2} = \frac{58}{2} = 29$

Ответ: 29

14. Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC , сторона AB равна 66, сторона BC равна 37, сторона AC равна 74. Найдите MN



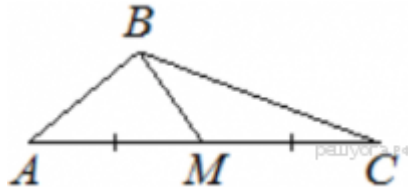
Решение.

Поскольку MN соединяет середины двух сторон треугольника ABC , MN является средней линией, она параллельна AC и равна её половине:

$$MN = \frac{AC}{2} = \frac{74}{2} = 37$$

Ответ: 37

15. В треугольнике ABC известно, что $AC = 16$, BM - медиана, $BM = 12$. Найдите AM .



Решение.

Так как BM - медиана, следовательно $AM = \frac{AC}{2} = \frac{16}{2} = 8$

Ответ: 8

16. В треугольнике два угла равны 38° и 89° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Сумма углов треугольника равна 180° . Следовательно, $180^\circ - 38^\circ - 89^\circ = 53^\circ$

Ответ: 53

17. В треугольнике два угла равны 31° и 94° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Сумма углов треугольника равна 180° . Следовательно, $180^\circ - 31^\circ - 94^\circ = 55^\circ$

Ответ: 55