



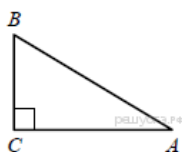
Все задания в ОГЭ по геометрии на тему «Прямоугольные треугольники» можно разделить на несколько типов. Ниже предлагается ознакомиться со всеми из них.

1 тип задач по теме «Прямоугольные треугольники» - с синусами, косинусами, тангенсами для определения сторон треугольника. Задание 9

1. Определяем понятие, данное в условии задачи:
синусом угла A называется соотношение противолежащего катета к гипотенузе;
косинусом угла A называется соотношение прилежащего катета к гипотенузе;
тангенсом угла A называется соотношение противолежащего катета к прилежащему;
2. В полученном соотношении, выделяем искомый катет или гипотенузу;
3. Подставляем в формулу данные из условия задачи;
4. Решаем!!!
- 5.

Примеры заданий:

1. В треугольнике ABC угол C прямой, $BC = 8$, $\sin A = 0,4$. Найдите AB .



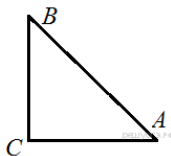
Решение.

Синус угла равен отношению противолежащего катета BC к гипотенузе AB . Поэтому:

1. $\sin A = BC/AB$
2. $AB = BC/\sin A$
3. $AB = 8/0,4$
4. $AB = 8 \cdot 10/4 = 2 \cdot 10 = 20$

Ответ: 20.

2. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 15$, $\cos A = 5/7$. Найдите AB .



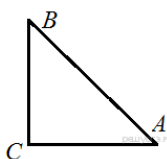
Решение.

Так как треугольник ABC — прямоугольный, то

1. $\cos A = AC/AB$.
2. Имеем, $AB = AC/\cos A$
3. $AB = 15 \cdot 7/5$
4. $AB = 15 \cdot 7/5 = 3 \cdot 7 = 21$

Ответ: 21.

3. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 12$, $\sin A = 4/11$. Найдите AB .



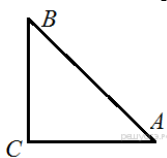
Решение.

Так как треугольник ABC — прямоугольный, то

1. $\sin A = BC/AB$;
2. Имеем: $AB = BC/\sin A$;
3. $AB = 12/4/11$;
4. $AB = 12/4/11 = 3 \cdot 11 = 33$.

Ответ: 33.

4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 9$, $\cos A = 0,3$. Найдите AB .



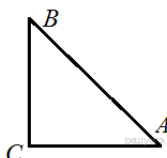
Решение.

Так как треугольник ABC — прямоугольный, то

1. $\cos A = AC/AB$.
2. Имеем, $AB = AC/\cos A$
3. $AB = 9/0,3$
4. $AB = 9/3/10 = 3 \cdot 10 = 30$

Ответ: 30.

5. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 20$, $\tan A = 0,5$. Найдите BC .



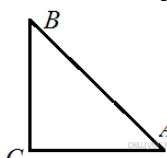
Решение.

Тангенс угла равен отношению противолежащего катета к прилежащему, поэтому

1. $\tan A = BC/AC$.
2. Имеем, $BC = AC \cdot \tan A$
3. $BC = 20 \cdot 0,5$
4. $BC = 20 \cdot 5/10 = 10$

Ответ: 10.

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 20$, $\tan A = 0,5$. Найдите AC .



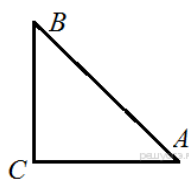
Решение.

Тангенс угла равен отношению противолежащего катета к прилежащему, поэтому

1. $\tan A = BC/AC$.
2. Имеем, $AC = BC/\tan A$
3. $AC = 20/0,5$
4. $AC = 20/5/10 = 4 \cdot 10 = 40$

Ответ: 40.

7. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 12$, $\tan A = 2\sqrt{10}/3$. Найдите AB .



Решение.

Тангенс угла равен отношению противолежащего катета к прилежащему, поэтому

1. $\operatorname{tg} A = BC/AC$.

2. Имеем, $BC = AC \cdot \operatorname{tg} A$

3. $BC = 12 \cdot 2 \cdot \sqrt{10}/3$

4. $BC = 4 \cdot 2 \cdot \sqrt{10} = 8 \cdot \sqrt{10}$

5. По т.Пифагора $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + (8 \cdot \sqrt{10})^2} = \sqrt{144 + 64 \cdot 10} = \sqrt{784} = 28$

Ответ: 28.

2 тип задач по теме «Прямоугольные треугольники» - на соотношение сторон треугольника и выражение одной части за X. Задание 9

1. Выражаем за X одну часть;
2. Составляем уравнение с учетом суммы углов треугольника равной 180° , а суммы острых углов $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$;
3. Решаем уравнение;
4. Перемножаем полученное значение X на количество частей (см. по условию задачи, что именно необходимо найти)

Примеры заданий:

3

1. Два острых угла прямоугольного треугольника относятся как 4:5. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

Решение.

1. Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° . Острые углы прямоугольного треугольника относятся как 4 части к 5 частям, сумма этих углов $4 + 5 = 9$ частей.

2. $4x + 5x = 90$

3. $9x = 90$

$x = 90/9$

$x = 10$

4. Одна часть равна 10° . Так как больший угол содержит в себе 5 частей, он равен $5 \cdot 10^\circ = 50^\circ$.

Ответ: 50.

2. Два острых угла прямоугольного треугольника относятся как 2:3. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

Решение.

1. Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° . Острые углы прямоугольного треугольника относятся как 2 части к 3 частям, сумма этих углов $2 + 3 = 5$ частей.

2. $2x + 3x = 90$

3. $5x = 90$

$x = 90/5$

$x = 18$

4. Поэтому одна часть равна 18° . Так как больший угол содержит в себе 3 части, он равен $3 \cdot 18^\circ = 54^\circ$.

Ответ: 54.



3. Два острых угла прямоугольного треугольника относятся как 2:8. Найдите наименьший острый угол. Ответ дайте в градусах.

Решение.

1. Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° . Острые углы прямоугольного треугольника относятся как 2 части к 8 частям, сумма этих углов $2 + 8 = 10$ частей.
2. $2x + 8x = 90$
3. $10x = 90$
- $x = 90/10$
- $x = 9$
4. Поэтому одна часть равна 9° . Так как меньший угол содержит в себе 2 части, он равен $2 \cdot 9^\circ = 18^\circ$.

Ответ: 18.

4. Два острых угла прямоугольного треугольника относятся как 1:2. Найдите наименьший острый угол. Ответ дайте в градусах.

Решение.

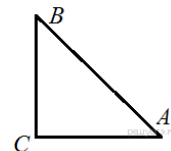
1. Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° . Острые углы прямоугольного треугольника относятся как 1 часть к 2 частям, сумма этих углов $1 + 2 = 3$ части.
2. $1x + 2x = 90$
3. $3x = 90$
- $x = 90/3$
- $x = 30$
4. Поэтому одна часть равна 30° . Так как меньший угол содержит в себе 1 часть, он равен $1 \cdot 30^\circ = 30^\circ$.

Ответ: 30.

3 тип задач по теме «Прямоугольные треугольники» - на площадь прямоугольного треугольника и теорему Пифагора. Задание 9, 11

4

1. Находим величину каждого катета из данных в условии задачи
 $\sin A = BC/AB$, $AB = BC/\sin A$, где BC противолежащий катет к углу BAC
 $\cos A = AC/AB$, имеем, $AB = AC/\cos A$, где AC, прилежащий катет к углу BAC
 $\tan A = BC/AC$, имеем, $BC = AC \cdot \tan A$
2. также используем формулу нахождения катета по т. Пифагора, например
 $AC^2 = BA^2 - BC^2$;
 $BC^2 = BA^2 - AC^2$;
 $BA^2 = AC^2 + BC^2$.



3. $S = (AC \cdot BC)/2$

половина произведения катетов - формула площади прямоугольного треугольника.

Примеры заданий:

1. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 10, а угол, лежащий напротив него, равен 45° . Найдите площадь треугольника.

Решение.



Так как в прямоугольном треугольнике один из углов равен 45° , то такой треугольник является равнобедренным.

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов.

Таким образом: $S = (10 \cdot 10) / 2 = 50$

Ответ: 50.

2. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 28 и 100.

Решение.

Пусть катеты имеют длины a и b , а гипотенуза — длину c . Пусть длина высоты, проведённой к гипотенузе равна h . Найдём длину неизвестного катета из теоремы Пифагора:

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{100^2 - 28^2} = \sqrt{4^2(25^2 - 7^2)} = 4\sqrt{625 - 49} = 4 \cdot 24 = 96$$

Площадь прямоугольного треугольника может быть найдена как половина произведения катетов:

$$S = 28 \cdot 96 / 2 = 1344.$$

Ответ: 1344.

3. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 70, а один из острых углов равен 45° . Найдите площадь треугольника.

Решение.

Сумма углов в треугольнике равна 180° , поэтому второй острый угол равен

$180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. Оба острых угла равны, следовательно, данный треугольник — равнобедренный, откуда получаем, что оба катета равны.

Длина катета равна $70 \cdot \sin 45^\circ = 70 \cdot \sqrt{2} / 2 = 35\sqrt{2}$

Площадь прямоугольного треугольника можно найти как половину произведения катетов:

$$S = 35\sqrt{2} \cdot 35\sqrt{2} / 2 = 35 \cdot 35 = 1225.$$

Ответ: 1225.

5

4 тип задач по теме «Прямоугольные треугольники» - на знание свойств наименьшего и наибольшего угла, расположения наибольшей и наименьшей стороны и теоремы Пифагора.

Задание 9

4. Напротив наименьшего угла расположен наименьший катет и, наоборот, напротив наибольшего угла располагается наибольший катет.

5. Определяем необходимой угол (катет) по вопросу задачи;

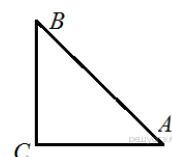
6. Находим наименьший (наибольший) катет и, соответственно, необходимые углы;

7. далее используем формулу нахождения длины катета по т. Пифагора, например

$$AC^2 = BA^2 - BC^2;$$

$$BC^2 = BA^2 - AC^2;$$

$$BA^2 = AC^2 + BC^2.$$



Примеры заданий:



1. Катеты прямоугольного треугольника равны $\sqrt{15}$ и 1. Найдите синус наименьшего угла этого треугольника.

Решение.

1. Напротив наименьшего угла расположен наименьший катет и, наоборот, напротив наибольшего угла располагается наибольший катет.
2. $\sqrt{15} \approx 3,9$ $3,9 > 1$,
3. Значит наименьший угол располагается напротив наименьшего катета равного 1.
4. Пусть катеты имеют длины a и b , а гипотенуза — длину c . Найдём длину гипотенузы по теореме

Пифагора: $c = \sqrt{b^2 + a^2} = \sqrt{(\sqrt{15})^2 + 1^2} = \sqrt{15 + 1} = \sqrt{16} = 4$

Наименьший угол в треугольнике лежит против наименьшей стороны, $4 > 1$ следовательно, синус

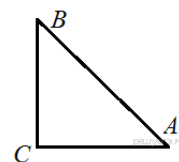
наименьшего угла равен: $\sin = BC/AB = 1/4 = 0,25$

Ответ: 0,25.

5 тип задач по теме «Прямоугольные треугольники» - на подобие треугольников (3 признака подобия). Задание 9

Три признака подобия:

1. Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
2. Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, образованные этими сторонами, равны, то треугольники подобны;
3. Если стороны одного треугольника пропорциональны сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.



6 тип задач по теме «Прямоугольные треугольники» - на углы взаимно перпендикулярных сторон. Задание 9

7 тип задач по теме «Прямоугольные треугольники» - радиус окружности, описанной возле прямоугольного треугольника. Задание 9



8 тип задач по теме «Прямоугольные треугольники» - на углы по теореме Пифагора.

Задание 9

9 тип задач по теме «Прямоугольные треугольники» - на сумму углов треугольника.

Задание 9

Необходимые определения для решения заданий по треугольникам:

- вертикальные углы равны;
- сумма всех углов треугольника равна 180 градусов;
- сумма смежных углов равна 180 градусов;
- теорема Пифагора $C^2=a^2+b^2$;
- определения синуса (отношение противолежащего катета к гипотенузе);
- определения косинуса (отношение прилежащего катета к гипотенузе);
- определения тангенса (отношение противолежащего катета к прилежащему).

Успехов в подготовке и удачи на экзамене!