2018

Под редакцией И. В. Ященко

МАТЕМАТИКА

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

20 ВАРИАНТОВ ТЕСТОВ

ЕГЭ

УНИКАЛЬНАЯ МЕТОДИКА ПОДГОТОВКИ, СОЗДАННАЯ РАЗРАБОТЧИКАМИ ЕГЭ

ТЕМАТИЧЕСКАЯ РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

учени ________ класса ________

________ школы ________

____

____

- Диагностические тесты
- Тематические задания
- Контрольные варианты
- Ответы

К НОВОЙ ОФИЦИАЛЬНОЙ ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ ВЕРСИИ ЕГЭ

ЕГЭ

ТЕМАТИЧЕСКАЯ РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

Под редакцией
И. В. Ященко

МАТЕМАТИКА

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

20 вариантов тестов ЕГЭ
Диагностические тесты
Тематические задания
Контрольные варианты
Ответы

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА, 2018

УДК 373:51
ББК 22.1я72
Я97

Ященко И. В.

Я97 ЕГЭ 2018. Математика. Профильный уровень. 20 вариантов тестов от разработчиков ЕГЭ. Тематическая рабочая тетрадь / И. В. Ященко, С. А. Шестаков, А. С. Трепалин, П. И. Захаров; под ред. И. В. Ященко. — М. : Издательство «Экзамен», МЦНМО, 2018. — 295, [1] с. (Серия «ЕГЭ. 30 вариантов. Тесты от разработчиков»)

ISBN 978-5-377-12330-9 (Издательство «Экзамен»)
ISBN 978-5-4439-2577-6 (МЦНМО)

Тематическая рабочая тетрадь по математике предназначена для подготовки к Единому государственному экзамену по математике профильного уровня, организации и проведения итогового повторения, диагностики проблемных зон в знаниях старшеклассников и последующей коррекции.

Настоящее пособие написано в соответствии с утвержденными демоверсией и спецификацией ЕГЭ по математике профильного уровня. Оно содержит позадачные тренинги и диагностические работы в формате ЕГЭ.

Уникальная методика подготовки апробирована в **сотнях школ различных регионов России** при организации подготовки к Единому государственному экзамену. Пособие позволяет проверить навыки решения задач, качество усвоения материала, выстроить индивидуальные траектории повторения и эффективно подготовиться к сдаче ЕГЭ.

Пособие адресовано учащимся старших классов и их родителям, учителям математики и методистам.

Приказом № 699 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 373:51
ББК 22.1я72

Подписано в печать 25.08.2017. Формат 60x90/8. Гарнитура «Школьная». Бумага газетная.
Уч.-изд. л. 9,56. Усл. печ. л. 37. Тираж 7 000 экз. Заказ № 5258.

ISBN 978-5-377-12330-9 (Издательство «Экзамен»)
ISBN 978-5-4439-2577-6 (МЦНМО)

СОДЕРЖАНИЕ

ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ ЗА КУРС 10 КЛАССА

Ответом к заданиям части 1 (1–12) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

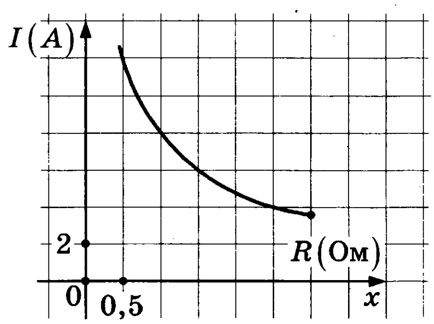
Часть 1

1. Алиса купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 48 поездок. Сколько рублей она сэкономила, если проездной на месяц стоит 720 рублей, а разовая поездка — 19 рублей?

■1.1

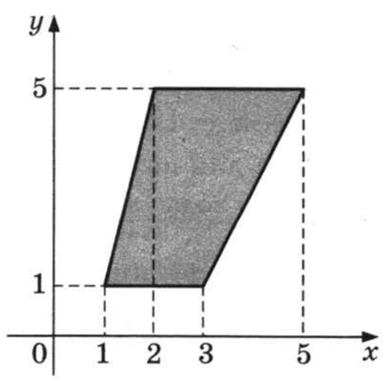
2. Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока в амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 8 до 6 ампер. На сколько омов при этом увеличилось сопротивление цепи?

■1.2



3. Найдите площадь трапеции, вершинами которой являются точки с координатами (1; 1), (2; 5), (5; 5), (3; 1).

■1.3



1.4

4. На тарелке 30 пирожков: 3 с мясом, 18 с капустой и 9 с вишней. Саша наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

1.5

5. Найдите корень уравнения $(x-2)^3=-216$.

1.6

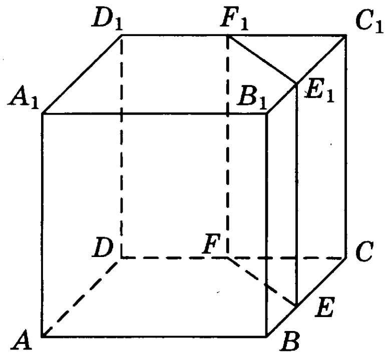
6. Даны два смежных угла. Биссектриса первого из них образует угол 43° с общей стороной этих углов. Найдите величину второго из данных смежных углов. Ответ дайте в градусах.

1.7

7. Прямая $y=-5x-6$ параллельна касательной к графику функции $y=x^2+8x-7$. Найдите абсциссу точки касания.

1.8

8. Объём куба равен 52. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



1.9

9. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{15}-\sqrt{8}\right)\left(\sqrt{15}+\sqrt{8}\right)$.

1.10

10. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a=9000$ км/ч^2. Скорость v вычисляется по формуле $v=\sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь. Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 120 км/ч.

1.11

11. Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 46 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

1.12

12. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 28\operatorname{tg} x - 28x - 7\pi + 7$$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$.

Часть 2

13. а) Найдите корень уравнения $2\sin^4 x + 3\cos 2x + 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 3\pi]$.

14. Дана правильная четырехугольная пирамида $MABCD$, все ребра которой равны 6. Точка N — середина бокового ребра MA, точка N делит боковое ребро MB в отношении 5 : 1, считая от вершины M.

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки N и K параллельно прямой AD, является равнобедренной трапецией.

б) Найдите площадь этого сечения.

15. Решите неравенство $1-\dfrac{2}{|x|}\le\dfrac{23}{x^2}$.

16. Расстояние между центрами окружностей радиусов 1 и 9 равно 17. Этих окружностей и их общей внутренней касательной касается третья окружность.

а) Докажите, что её точка касания с прямой совпадает с точкой касания одной из первых двух окружностей.

б) Найдите радиус третьей окружности.

17. В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 80 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1 кг алюминия или 2 кг никеля. Во второй шахте имеется 200 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 1 кг никеля.

Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множество решений неравенства $\dfrac{a-\left(a^2-2a+0{,}5\right)\cos x+4}{(\sin x)^2+a^2+1}<1$ содержит отрезок $\left[-\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{2}\right]$.

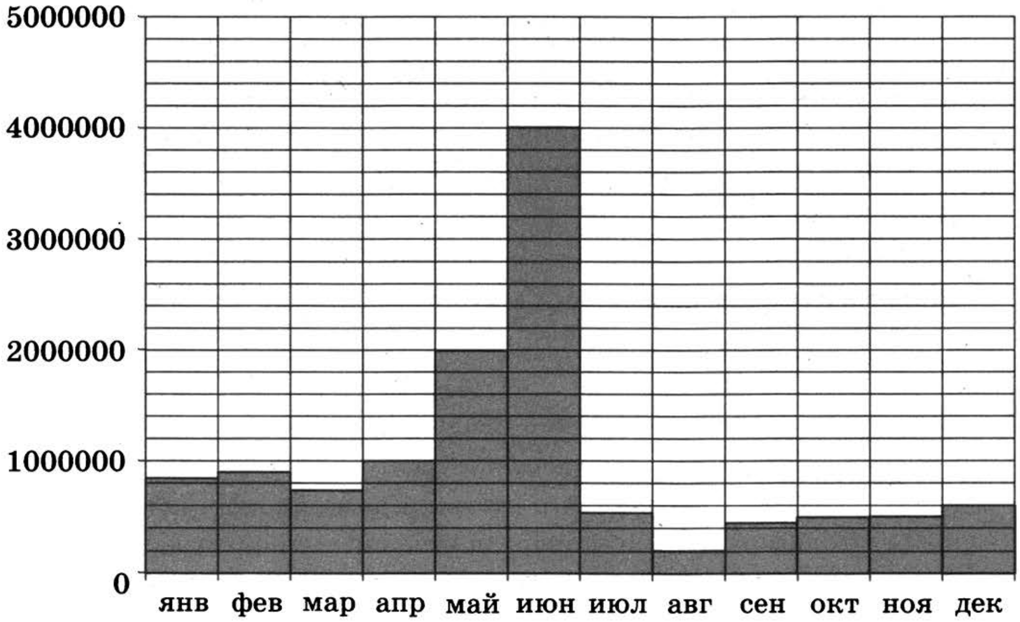
19. Натуральные числа a, b и c образуют возрастающую арифметическую прогрессию, причем все они больше 1000 и являются квадратами натуральных чисел. Найдите наименьшее возможное при указанных условиях значение b.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

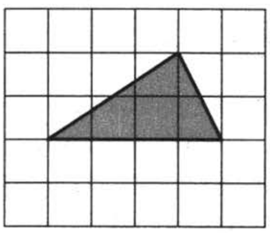
Часть 1

1. Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 18 500 рублей. Какую сумму он получит после вычета налога на доходы? Ответ дайте в рублях. **2.1**

2. На диаграмме показано число запросов со словом ЕГЭ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по декабрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, сколько в 2009 году было месяцев, когда число запросов со словом ЕГЭ превышало 800 000. **2.2**



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь. **2.3**



4. В каждой партии из 1000 лампочек в среднем 20 бракованных. Найдите вероятность того, что наугад взятая лампочка из партии будет исправной. **2.4**

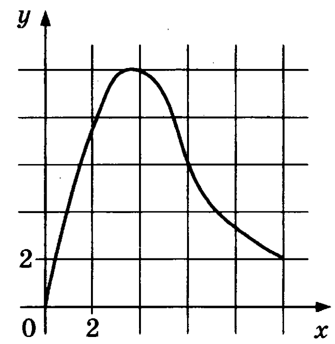
5. Найдите корень уравнения $\log_4(3x-5)=4$. **2.5**

2.6

6. В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 34, вписана окружность. Найдите среднюю линию трапеции.

2.7

7. Материальная точка движется вдоль прямой от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



2.8

8. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки D, A_1, C_1, D_1 параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB=7$, $AD=10$, $AA_1=3$.

2.9

9. Найдите значение выражения $\log_2 0,5$.

2.10

10. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P, измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P=\sigma ST^4$, где $\sigma=5,7\cdot10^{-8}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S=\frac{1}{432}\cdot10^{21}$ м², а излучаемая ею мощность P не менее $1,71\cdot10^{26}$ Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

2.11

11. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 2 рабочих, а во второй — 12 рабочих. Через 3 дня после начала работы в первую бригаду перешли 8 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

2.12

12. Найдите точку минимума функции $y=5^{x^2-26x+176}$.

Часть 2

13. а) Найдите корень уравнения $\dfrac{16^{\sin x}-6\cdot 4^{\sin x}+8}{\log_2(1-2\cos x)}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\dfrac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$.

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 6$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостями ACD_1 и $A_1B_1C_1$.

15. Решите неравенство $\log_{5-x}(x^2-6x+9)\le 0$.

16. Дана трапеция $ABCD$, основания которой $BC = 44$, $AD = 100$, $AB = CD = 35$. Окружность, касающаяся прямых AD и AC, касается стороны CD в точке K.

а) Докажите, что $AC = 75$.

б) Найдите длину отрезка CK.

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года кредитования нужно вернуть банку 1792,5 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года кредитования?

18. Найдите все значения a, при каждом из которых решения неравенства $|2x-a|+1 \le |x+3|$ образуют отрезок длины 1.

19. Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и все их возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доске в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.

а) На доске выписан набор −3, −1, 2, 4, 6, 7, 9. Какие числа были задуманы?

б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 6 раз. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?

в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?

ПОДГОТОВКА К ЧАСТИ 1 ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

Ответом к заданиям части 1 (1–12) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

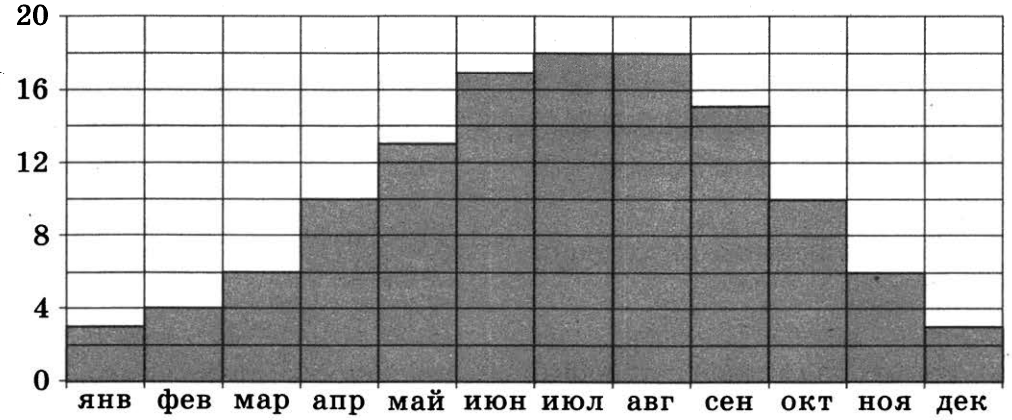
ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

1. Поезд Казань-Москва отправляется в 21:35, а прибывает в 10:35 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

■3.1

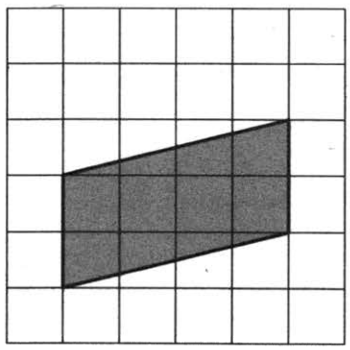
2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Париже за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура была равна 10 градусам Цельсия.

■3.2



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 × 1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.

■3.3



4. В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в 12 из них встречается вопрос по круглым червям. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику попадется вопрос по круглым червям.

■3.4

5. Найдите корень уравнения $\sqrt{7-x}=4$.

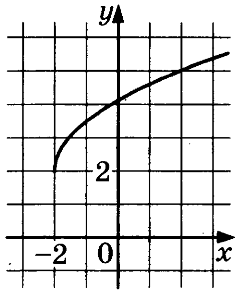
■3.5

6. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 12. Точка E — середина стороны AB. Найдите площадь трапеции $EBCD$.

■3.6

3.7

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-2; 4)$, касается этого графика в точке с абсциссой 2. Найдите $f'(2)$.



3.8

8. Площадь полной поверхности данного правильного тетраэдра равна 80 см^2. Найдите площадь полной поверхности правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^2.

3.9

9. Найдите значение выражения: $\dfrac{4\sin 112^\circ \cdot \cos 112^\circ}{\sin 224^\circ}$.

3.10

10. Высоту над землей подброшенного вверх камня можно вычислять по формуле $h(t) = 1{,}6 + 13t - 5t^2$, где t — время с момента броска в секундах, h — высота в метрах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 6 метров?

3.11

11. Товарный поезд, идущий со скоростью 30 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Определите длину поезда (в метрах).

3.12

12. Найдите точку максимума функции $y = 1{,}5x^2 - 39x + 120\ln x - 1$.

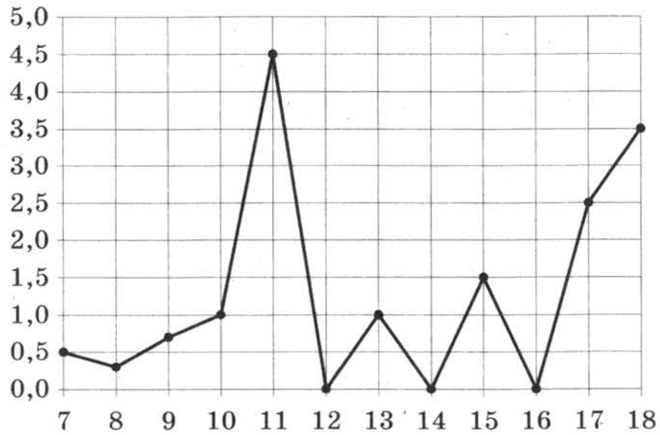
ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

1. Мобильный телефон стоил 5000 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 3850 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

4.1

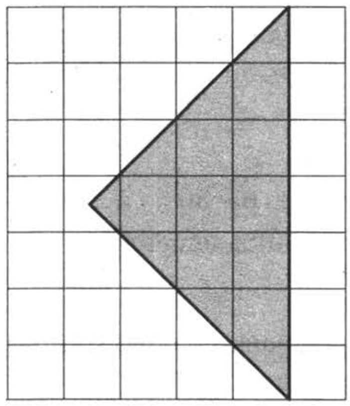
2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за данный период не выпадало осадков.

4.2



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 × 1 изображён равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите длину его медианы, проведённой к гипотенузе.

4.3



4. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

4.4

4.5

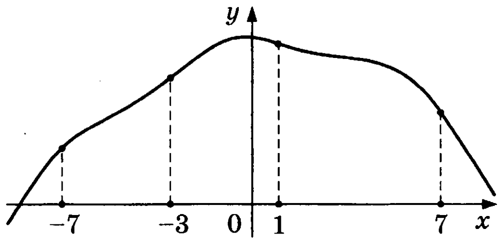
5. Найдите корень уравнения $3^{x-3} = 27$.

4.6

6. В треугольнике ABC углы A и B равны, соответственно, 45° и 67°. Найдите угол между биссектрисой и высотой, проведёнными из вершины C. Ответ дайте в градусах.

4.7

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -7, -3, 1, 7. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



4.8

8. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, B_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 7.

4.9

9. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{3}}$.

4.10

10. Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}\cdot 100\,\%$. При каком наименьшем значении температуры нагревателя T_1 (в градусах Кельвина) КПД этого двигателя будет не меньше 80%, если температура холодильника $T_2 = 200$ К?

4.11

11. Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

4.12

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 2\cos x - 11x + 7$ на отрезке $[-\pi; 0]$.

ЗАДАЧА 1

Подготовительные задания

1. Сырок стоит 7 рублей 30 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 90 рублей?

2. Теплоход рассчитан на 720 пассажиров и 28 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 60 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

3. В доме, в котором живет Вика, 5 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 4 квартиры. Вика живёт в квартире № 39. В каком подъезде живёт Вика?

4. Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 10%. Книга стоит 400 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

5. Мобильный телефон стоил 5000 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 4450 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

6. Каждый день во время конференции расходуется 80 пакетиков чая. Конференция длится 6 дней. Чай продается в пачках по 50 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?

7. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 44 мили в час? Ответ округлите до целого числа.

8. Поезд Сосногорск-Москва отправляется в 5:11, а прибывает в 9:11 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

9. В доме, в котором живет Наташа, один подъезд. На каждом этаже по девять квартир. Наташа живёт в квартире 93. На каком этаже живёт Наташа?

10. Для ремонта квартиры требуется 53 рулона обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 9 рулонов?

■1.1

■1.2

■1.3

■1.4

■1.5

■1.6

■1.7

■1.8

■1.9

■1.10

1.11 ■

11. В сентябре 1 кг клубники стоил 120 рублей. В октябре клубника подорожала на 10%. Сколько рублей стоил 1 кг клубники после подорожания в октябре?

1.12 ■

12. Летом килограмм клубники стоит 75 рублей. Маша купила 2 кг 600 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 200 рублей?

1.13 ■

13. Кафельная плитка продаётся коробками по 6 $м^2$. Сколько коробок плитки нужно купить, чтобы хватило на облицовку стен площадью 35 $м^2$?

1.14 ■

14. В сентябре 1 кг огурцов стоил 50 рублей, в октябре огурцы подорожали на 20%, а в ноябре еще на 15%. Сколько рублей стоил 1 кг огурцов после подорожания в ноябре?

1.15 ■

15. В летнем лагере 164 ребенка и 23 воспитателя. В автобус помещается не более 40 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?

1.16 ■

16. Какое минимальное количество восьмиместных шлюпок должно быть на корабле, на котором находятся 54 пассажира и 12 членов экипажа?

1.17 ■

17. Билет в музей стоит 150 рублей. Сколько билетов можно купить на 1300 рублей?

1.18 ■

18. Одна таблетка лекарства весит 70 мг и содержит 8% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,12 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 5 кг в течение суток?

1.19 ■

19. Шоколадка стоит 45 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 280 рублей в воскресенье?

1.20 ■

20. Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 68 км в час? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)

Зачетные задания

1. В школе 1500 учеников, из них 30% — ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 40% изучают французский язык. Сколько учеников в школе изучают французский язык, если в начальной школе французский язык не изучается?

1.1

2. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для трёх курсов, по 380 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 30 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?

1.2

3. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3500 руб. До установки счётчиков Александр платил за водоснабжение ежемесячно 1100 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 900 руб. За сколько месяцев установка счётчиков окупится?

1.3

4. Дальнобойщик Андрей за месяц проехал 9200 км. Средний расход дизельного топлива на 100 км составляет 30 л. Стоимость 1 л дизельного топлива 22 рубля. Сколько рублей составляет стоимость дизельного топлива, потраченного Андреем за этот месяц?

1.4

5. Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 10% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 0,5 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 8 кг в течение суток?

1.5

6. В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1900 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 6 недель?

1.6

7. По тарифному плану «Просто как день» со счёта абонента компания сотовой связи каждый день снимает 19 руб. Если на счету осталось не больше 19 руб., то на следующий день номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня Лиза положила на свой счёт 800 руб. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёта?

1.7

8. Тетрадь стоит 16 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 60 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 5% от стоимости всей покупки?

1.8

1.9 ■

9. Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 43 поездки. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 755 рублей, а разовая поездка — 19 рублей?

1.10 ■

10. Магазин делает пенсионерам скидку на определенное количество процентов от цены покупки. Дыня стоит в магазине 50 рублей. Пенсионер заплатил за дыню 46 рублей. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?

1.11 ■

11. Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 12 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продаётся в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пакетиков нужно купить хозяйке для приготовления 6 литров маринада?

1.12 ■

12. В сентябре 1 кг огурцов стоил 50 рублей, в октябре огурцы подорожали на 20%, а в ноябре еще на 20%. Сколько рублей стоил 1 кг огурцов после подорожания в ноябре?

1.13 ■

13. В супермаркете проходит рекламная акция: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три шоколадки (одна шоколадка в подарок). Шоколадка стоит 24 рубля. Какое наибольшее число шоколадок можно получить на 150 рублей?

1.14 ■

14. Летом килограмм черешни стоит 80 рублей. Мама купила 1 кг 800 г черешни. Сколько рублей сдачи она должна получить с 500 рублей?

1.15 ■

15. Среди 65 000 жителей города 60% не интересуются футболом. Среди жителей, интересующихся футболом, 75% смотрели по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

1.16 ■

16. В сентябре 1 кг картофеля стоил 20 рублей. В октябре картофель подорожал на 15%. Сколько рублей стоил 1 кг картофеля после подорожания в октябре?

1.17 ■

17. В летнем лагере на каждого участника полагается 30 г сахара в день. В лагере 133 человека. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 5 дней?

1.18 ■

18. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 51 милю в час? Ответ округлите до целого числа.

19. В летнем лагере 160 детей и 22 воспитателя. В автобус помещается не более 20 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?

■**1.19**

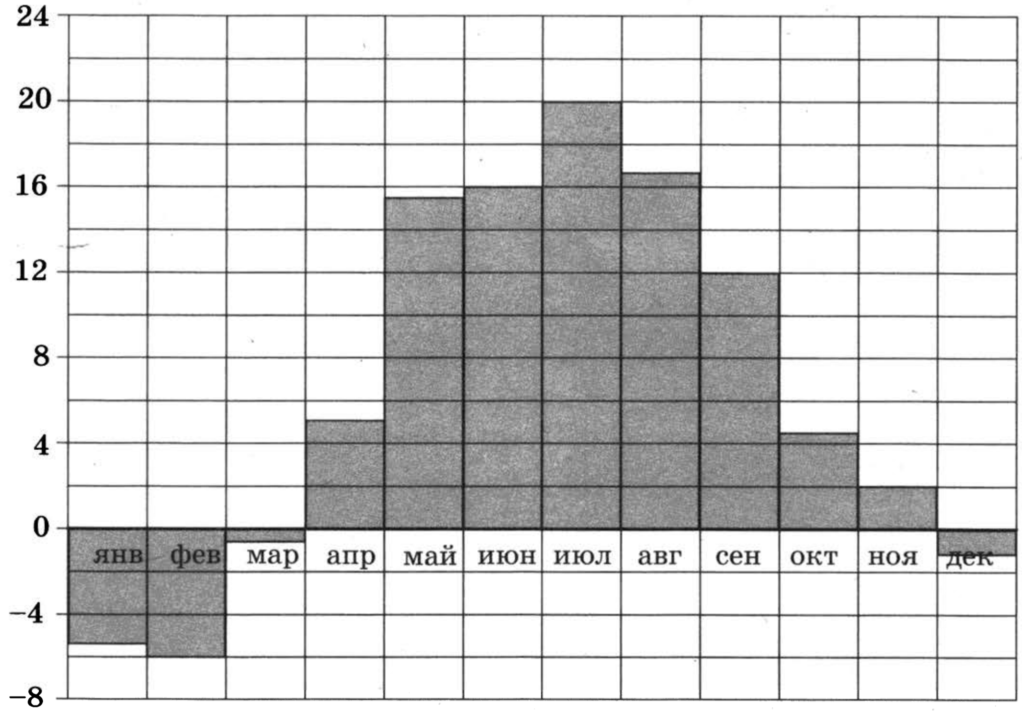
20. При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 6%. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Аня хочет положить на счет своего мобильного телефона не меньше 400 рублей. Какую минимальную сумму она должна положить в приемное устройство данного терминала?

■**1.20**

ЗАДАЧА 2

Подготовительные задания

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



2.1 ■

1. Определите по диаграмме, какой была среднемесячная температура в сентябре 2003 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.

2.2 ■

2. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2003 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

2.3 ■

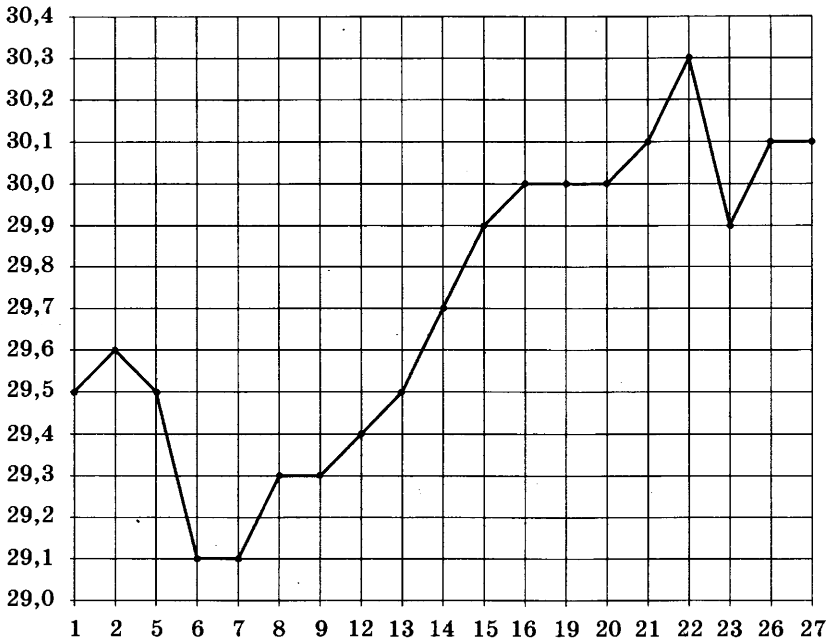
3. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру летом 2003 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.

2.4 ■

4. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2003 году с отрицательной среднемесячной температурой.

На рисунке жирными точками показан курс австралийского доллара, установленный Центробанком РФ во все рабочие дни с 1 по 27 октября

2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



5. Определите по рисунку, какой был курс доллара 15 октября. Ответ дайте в рублях.

■2.5

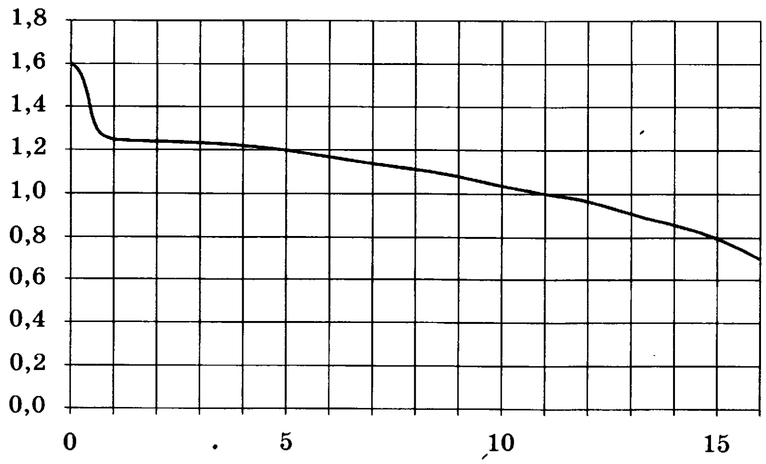
6. Определите по рисунку, какого числа курс доллара впервые был равен 30 рублям.

■2.6

7. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс доллара был равен 29,5 рубля.

■2.7

При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах.



2.8

8. Определите по рисунку, каким было напряжение в момент включения фонарика. Ответ дайте в вольтах.

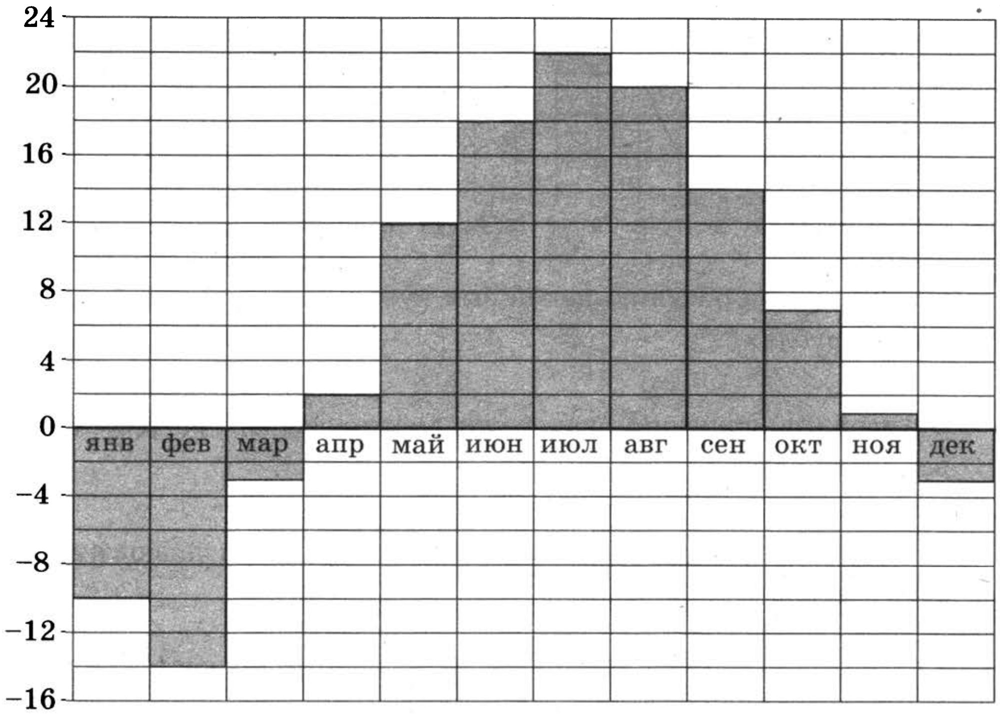
2.9

9. Определите по рисунку, каким было напряжение через 15 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.

2.10

10. Определите по рисунку, через сколько часов работы фонарика напряжение упало до 1 вольта.

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Москве за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



2.11

11. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

2.12

12. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

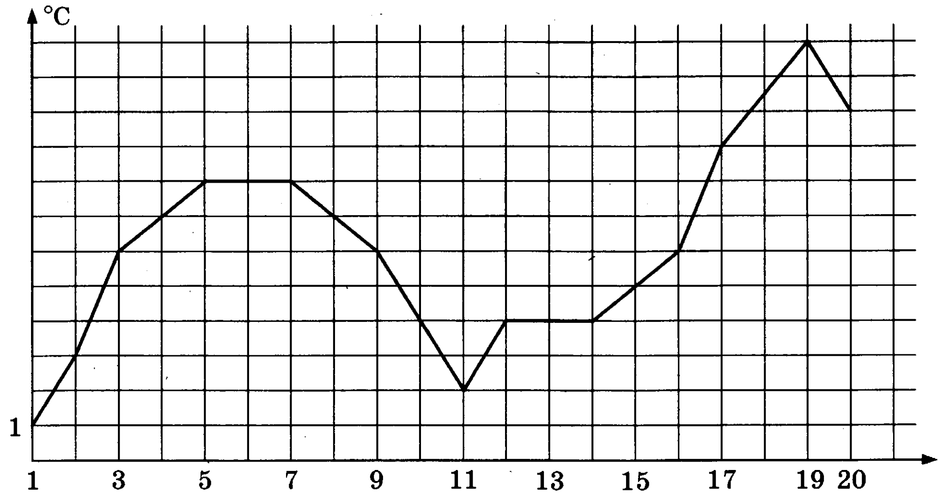
2.13

13. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году с отрицательной среднемесячной температурой.

2.14

14. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура превышала 10 °С.

На рисунке изображён график колебания температуры в течение первых 20 дней апреля. По горизонтальной оси отложены дни, а по вертикальной — среднесуточная температура воздуха.



15. Какой была среднесуточная температура воздуха 6 апреля? Ответ дайте в градусах Цельсия.

■2.15

16. Какого числа среднесуточная температура воздуха в первый раз достигла 7 °C?

■2.16

17. Какого числа среднесуточная температура воздуха была максимальной?

■2.17

18. Какого числа среднесуточная температура воздуха была минимальной?

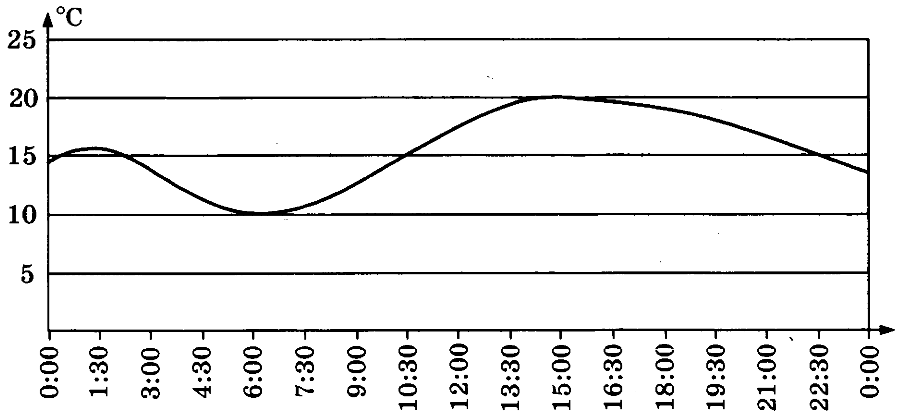
■2.18

19. На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций горнодобывающей компании в первые две недели февраля. В первую неделю февраля бизнесмен купил 12 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль (в рублях) он мог получить?

■2.19

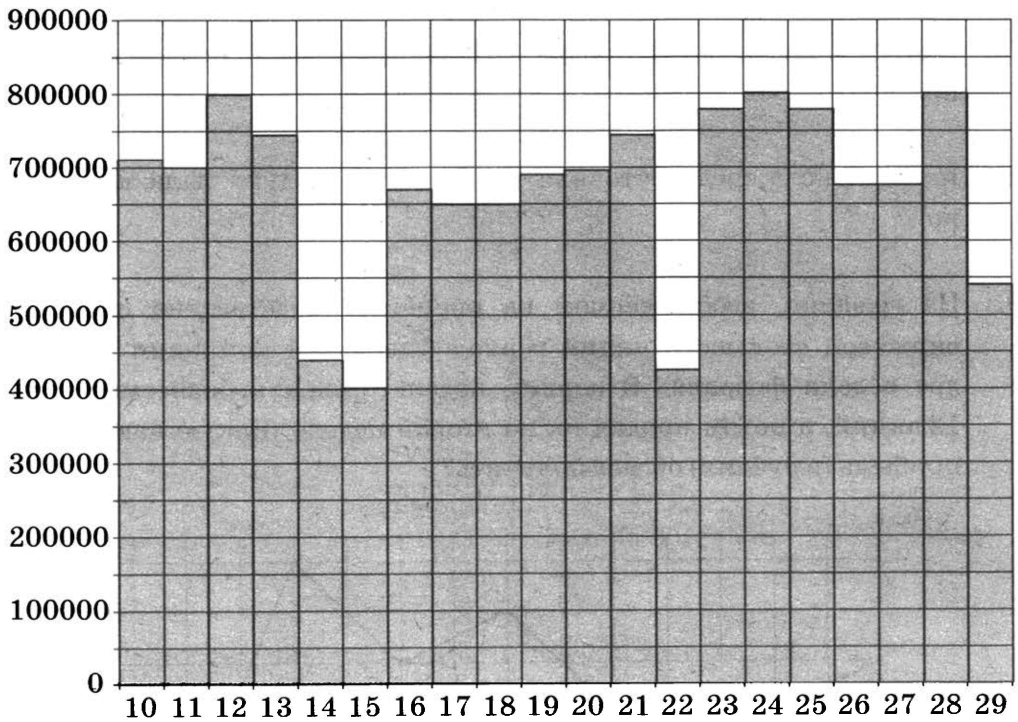
2.20 ■

20. На графике изображено изменение температуры воздуха в пункте A на протяжении суток 17 августа. На оси абсцисс отмечается время суток, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику разность максимальной и минимальной температур в течение этих суток (в градусах Цельсия).



Зачетные задания

На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день.



2.1 ■

1. Определите по диаграмме разность между наибольшим и наименьшим суточными количествами посетителей сайта в указанный период.

2. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее суточное количество посетителей сайта превосходило наименьшее суточное количество посетителей сайта в указанный период.

■2.2

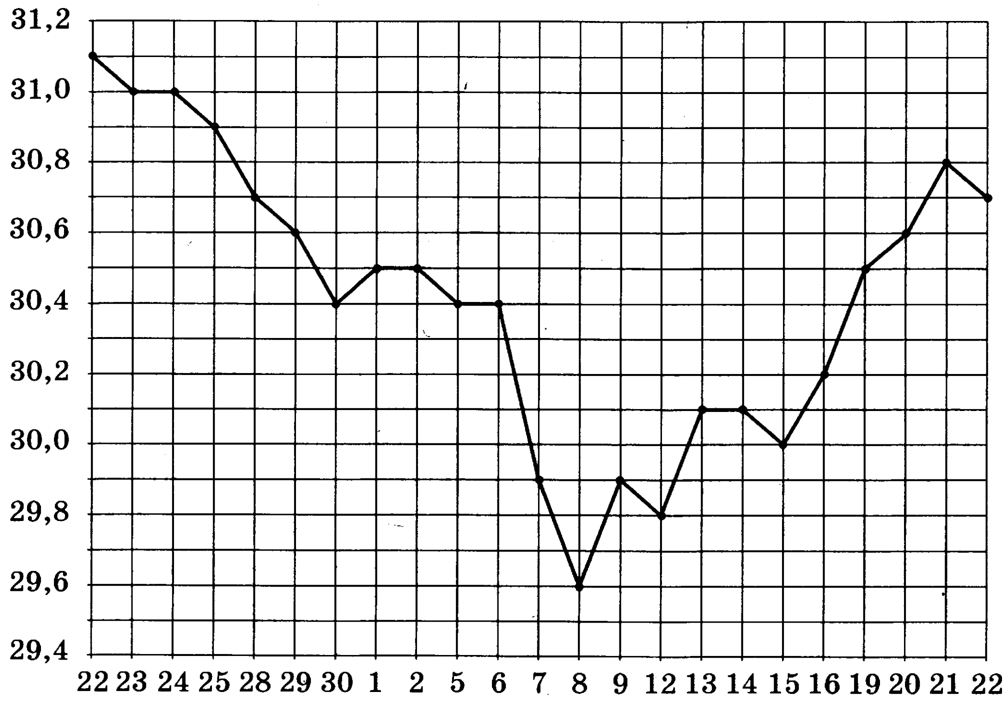
3. Определите по диаграмме, сколько было дней в указанный период, когда суточное количество посетителей не превосходило 550 000.

■2.3

4. Определите по диаграмме, сколько раз суточное количество посетителей сайта принимало максимальное значение в указанный период.

■2.4

На рисунке жирными точками показан курс доллара США, установленный Центробанком РФ во все рабочие дни с 22 сентября по 22 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



5. Определите по рисунку наименьший курс доллара за указанный период. Ответ дайте в рублях.

■2.5

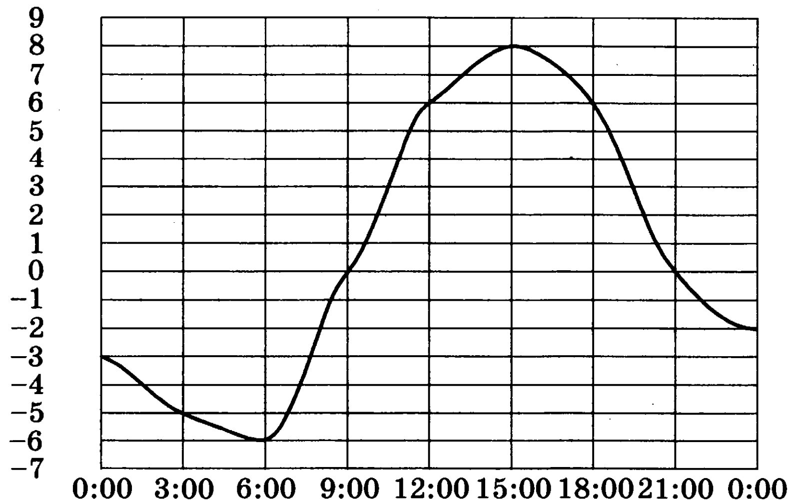
6. Определите по рисунку наибольший курс доллара в период с 1 октября по 20 октября. Ответ дайте в рублях.

■2.6

7. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс доллара превышал 30,3 рубля. Ответ дайте в рублях.

■2.7

На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия.



2.8

8. Определите по рисунку наименьшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.

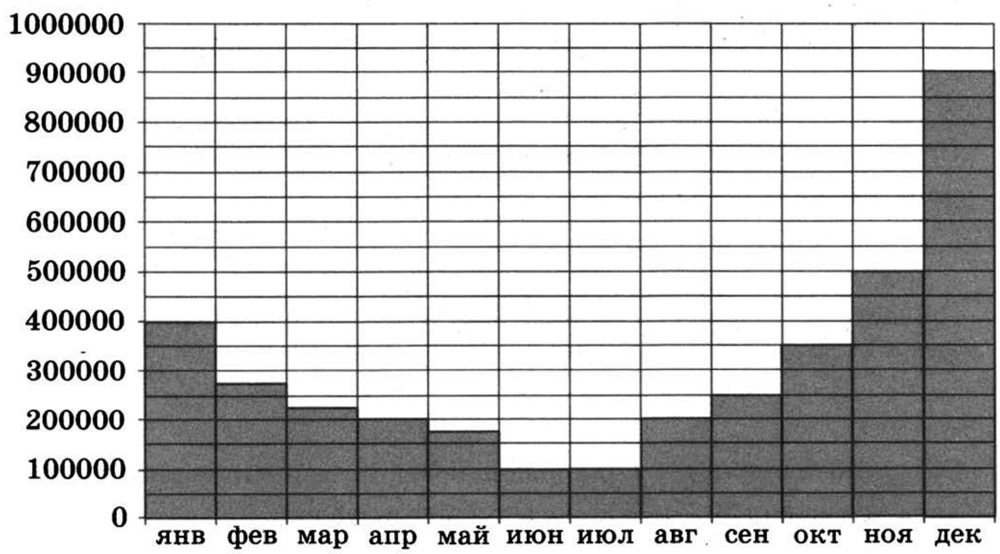
2.9

9. Определите по рисунку наибольшее значение температуры в первой половине дня. Ответ дайте в градусах Цельсия.

2.10

10. Определите по рисунку, сколько часов температура была отрицательной.

На диаграмме показано число запросов со словом СНЕГ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по декабрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц.



11. Определите по диаграмме максимальное месячное число запросов со словом СНЕГ в период с января по октябрь 2009 года.

2.11

12. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда число запросов со словом СНЕГ было равно 200 000.

2.12

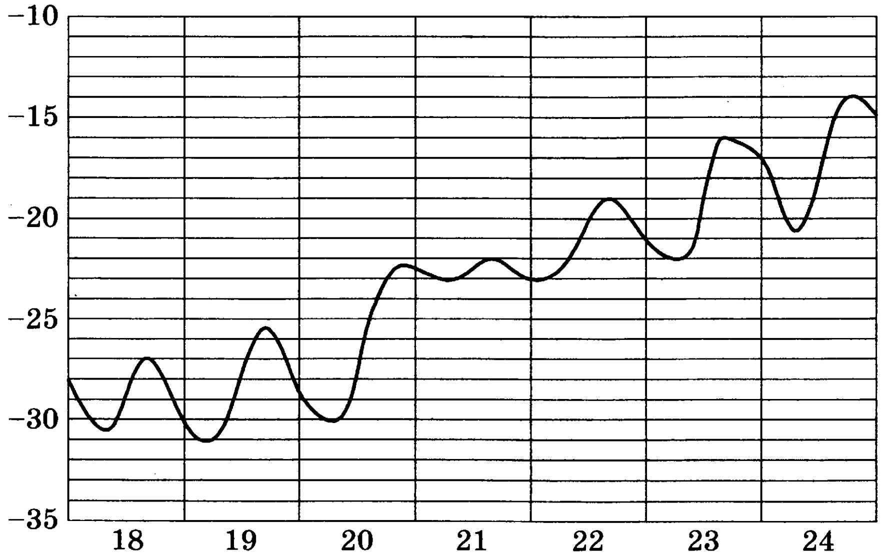
13. Определите по диаграмме, во сколько раз максимальное месячное число запросов превышало минимальное месячное число запросов со словом СНЕГ в 2009 году.

2.13

14. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда число запросов со словом СНЕГ не превосходило 300 000.

2.14

На рисунке примерно показано изменение температуры воздуха в Москве с 18 по 24 января 2006 года. По горизонтали указываются числа января, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



15. Определите по рисунку, какова была наименьшая температура воздуха за указанный период (в градусах Цельсия).

2.15

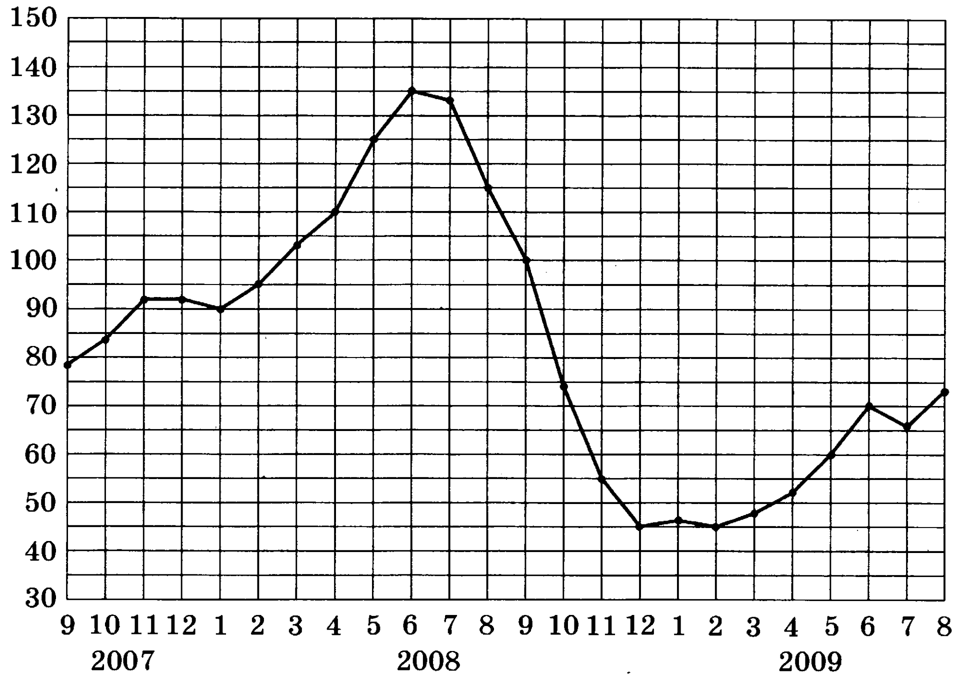
16. Определите по рисунку, какова была наибольшая температура воздуха 22 января (в градусах Цельсия).

2.16

17. Найдите разность между наибольшей и наименьшей температурой за указанный период (в градусах Цельсия).

2.17

На рисунке жирными точками показана среднемесячная цена нефти с сентября 2007 по август 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



2.18 ■

18. Определите по рисунку, какой была среднемесячная цена нефти в мае 2009 года (в долларах за баррель).

2.19 ■

19. Определите по рисунку, во сколько раз наибольшая среднемесячная цена нефти за указанный период превосходила её наименьшую среднемесячную цену.

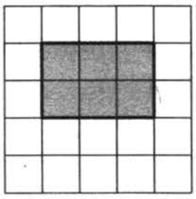
2.20 ■

20. Определите по рисунку наименьшую среднемесячную цену нефти в период с ноября 2007 по сентябрь 2008 года (в долларах за баррель).

ЗАДАЧА 3

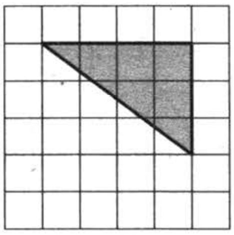
Подготовительные задания

1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольник. Найдите его площадь.



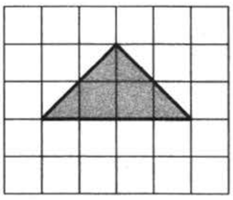
■3.1

2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



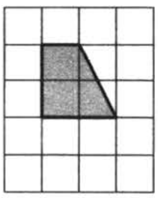
■3.2

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



■3.3

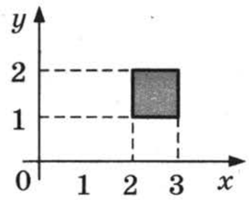
4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



■3.4

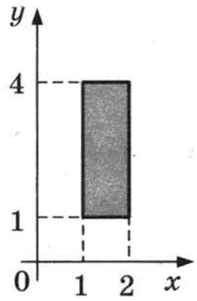
3.5

5. Найдите площадь квадрата, вершины которого имеют координаты (2; 1), (3; 1), (3; 2), (2; 2).



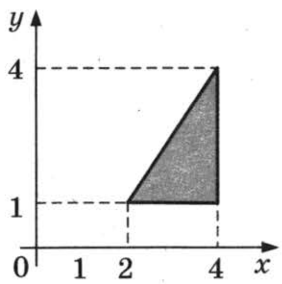
3.6

6. Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты (1; 1), (2; 1), (2; 4), (1; 4).



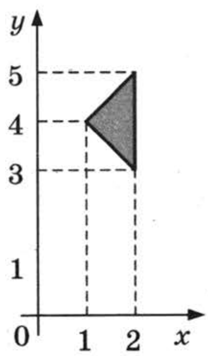
3.7

7. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (2; 1), (4; 1), (4; 4).

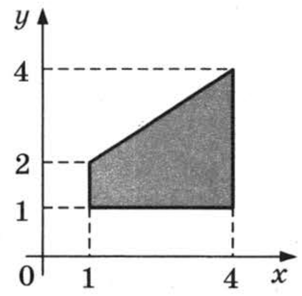


3.8

8. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1; 4), (2; 3), (2; 5).

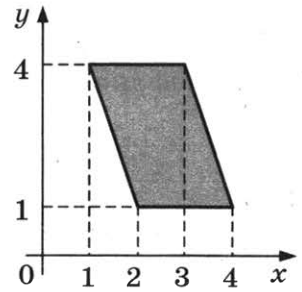


9. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (1; 1), (4; 1), (4; 4), (1; 2).



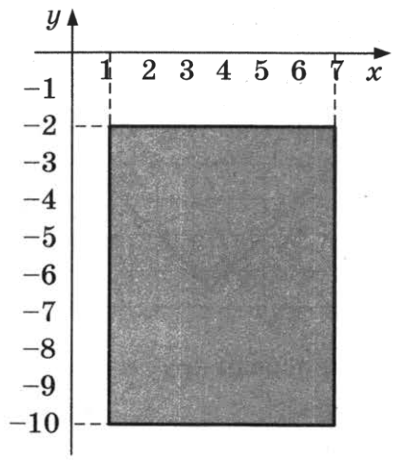
■ 3.9

10. Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты (2; 1), (4; 1), (3; 4), (1; 4).



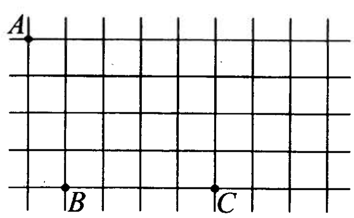
■ 3.10

11. Найдите длину диагонали прямоугольника, вершины которого имеют координаты (1; −10), (1; −2), (7; −10), (7; −2).



■ 3.11

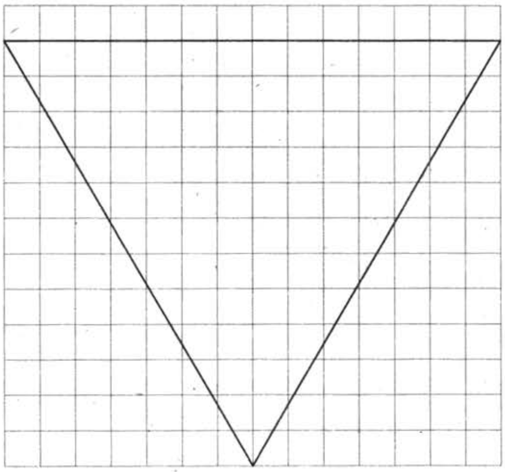
12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены точки A, B и C. Найдите расстояние от точки A до прямой BC.



■ 3.12

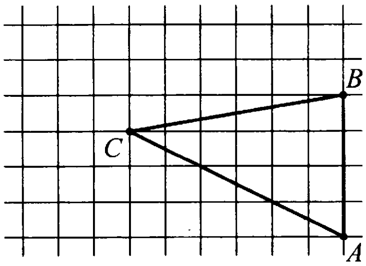
3.13 ■

13. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус вписанной в него окружности.



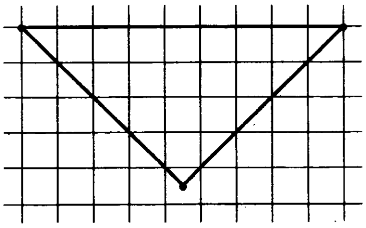
3.14 ■

14. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB.



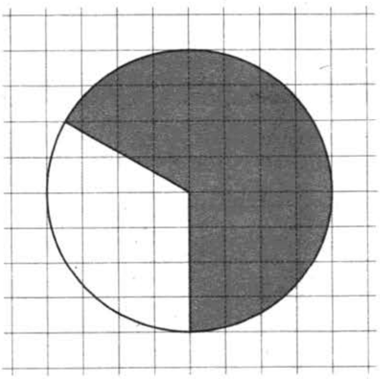
3.15 ■

15. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите длину его медианы, проведённой к гипотенузе.

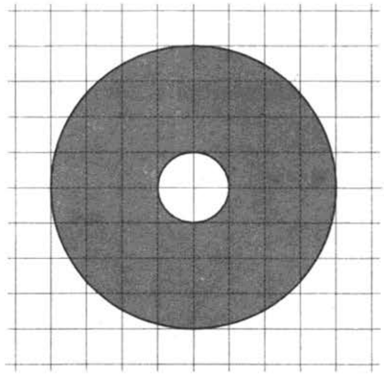


3.16 ■

16. На клетчатой бумаге нарисован круг площадью 45. Найдите площадь заштрихованного сектора.

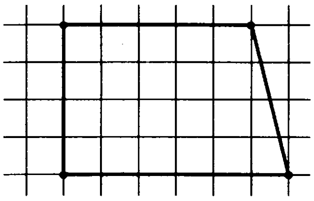


17. На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 86. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



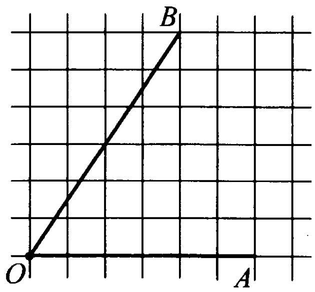
■**3.17**

18. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



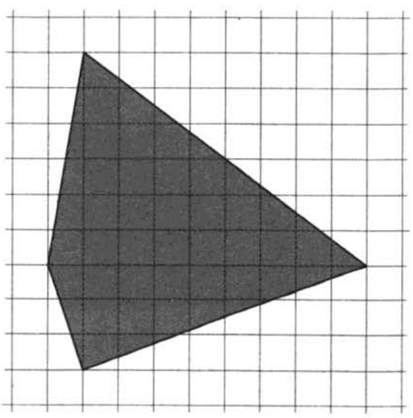
■**3.18**

19. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



■**3.19**

20. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён четырёхугольник. Найдите его площадь.

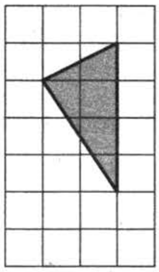


■**3.20**

Зачетные задания

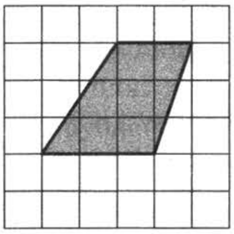
3.1 ■

1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 × 1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



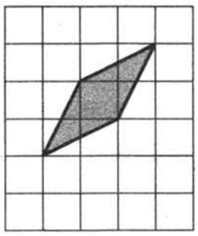
3.2 ■

2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 × 1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



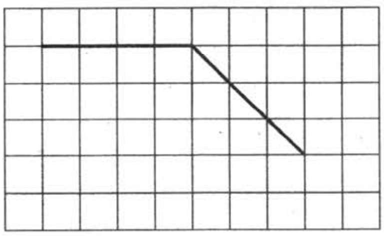
3.3 ■

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 × 1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



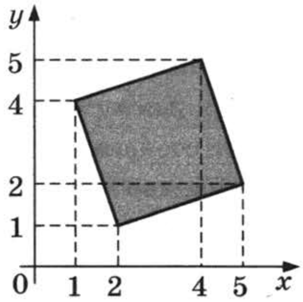
3.4 ■

4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 × 1 изображён угол. Найдите его градусную величину.



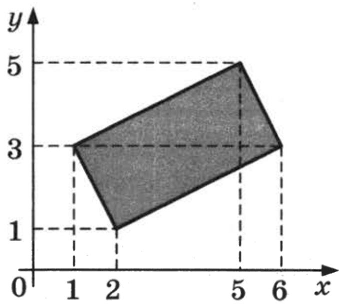
5. Найдите площадь квадрата, вершины которого имеют координаты (2; 1), (5; 2), (4; 5), (1; 4).

■ **3.5**



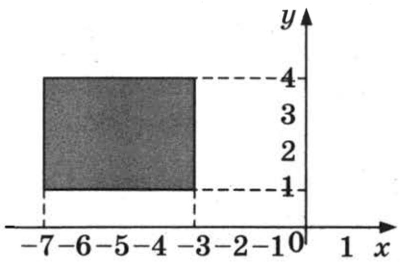
6. Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты (2; 1), (6; 3), (5; 5), (1; 3).

■ **3.6**



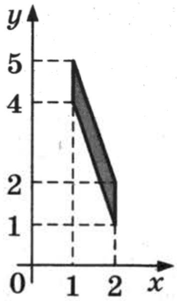
7. Найдите длину диагонали прямоугольника, вершины которого имеют координаты (−7; 1), (−7; 4), (−3; 1), (−3; 4).

■ **3.7**



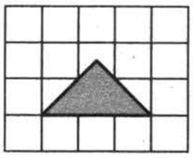
8. Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты (2; 1), (2; 2), (1; 5), (1; 4).

■ **3.8**



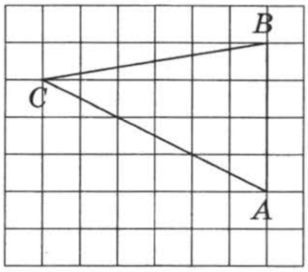
3.9

9. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите длину его медианы, проведённой к гипотенузе.



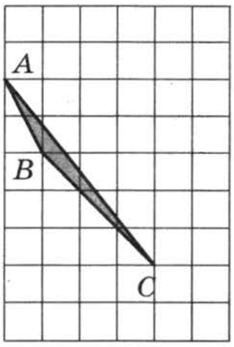
3.10

10. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его высоты, опущенной на сторону AB.



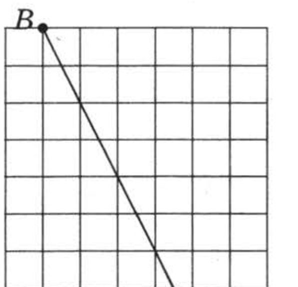
3.11

11. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB.

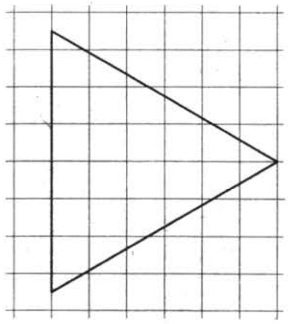


3.12

12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены точки A и B. Найдите длину отрезка AB.

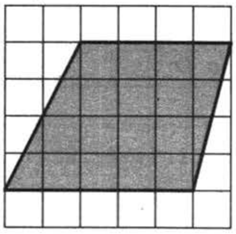


13. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус вписанной в него окружности.



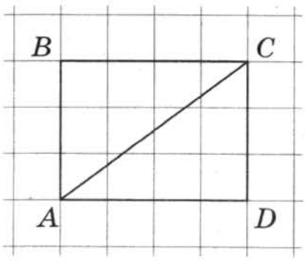
■3.13

14. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



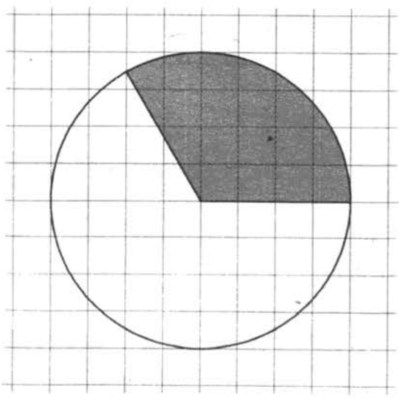
■3.14

15. Найдите диагональ прямоугольника $ABCD$, если стороны квадратных клеток равны 1.



■3.15

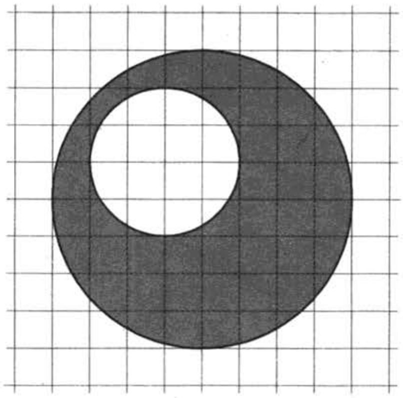
16. На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 10?



■3.16

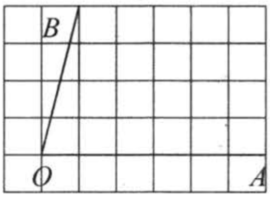
3.17

17. На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 4. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



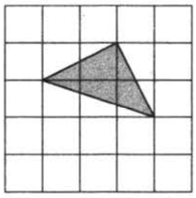
3.18

18. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



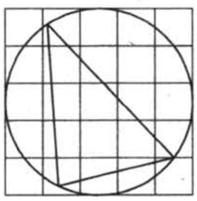
3.19

19. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



3.20

20. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



ЗАДАЧА 4

Подготовительные задания

1. В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 12 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

4.1

2. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 154 качественные сумки приходится 16 сумок, имеющих скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами. Результат округлите до сотых.

4.2

3. Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся У. верно решит больше 9 задач, равна 0,67. Вероятность того, что У. верно решит больше 8 задач, равна 0,73. Найдите вероятность того, что У. верно решит ровно 9 задач.

4.3

4. В группе туристов 25 человек. Их вертолётом в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист З. полетит вторым рейсом вертолёта.

4.4

5. В группе туристов 4 человека. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

4.5

6. Бабушка испекла пирожки с повидлом, капустой и картошкой и выложила их вперемешку на одно блюдо. С повидлом было 8 пирожков, с капустой — 7, а с картошкой — 10. Внешне все пирожки выглядят одинаково. Найдите вероятность того, что случайно взятый внучкой пирожок окажется с капустой.

4.6

7. Маша, Олег, Соня, Миша и Кирилл играют в классики. Того, кому первым ходить, они определяют жребием. Найдите вероятность того, что начинать будет мальчик.

4.7

8. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того,

4.8

что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

4.9

9. Вероятность того, что новый тостер прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,84. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

4.10

10. Из множества натуральных чисел от 30 до 41 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 5?

4.11

11. Найдите вероятность того, что при броске монеты выпадет орёл.

4.12

12. В классе 6 учащихся, среди них два друга — Сергей и Вадим. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Вадим окажутся в одной группе.

4.13

13. В среднем на 50 карманных фонариков приходится семь неисправных. Найдите вероятность покупки неисправного фонарика.

4.14

14. В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 13 из них встречается вопрос по производной. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не попадётся вопрос по производной.

4.15

15. На чемпионате по прыжкам с шестом выступают 30 спортсменов, среди них 6 прыгунов из Швеции и 7 прыгунов из Мексики. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что тринадцатым будет выступать прыгун из Швеции.

4.16

16. Две футбольные команды «Ротор» и «Статор» играют серию из трёх матчей. Вероятность ничьей в каждом матче равна 0,2. Силы команд равны, поэтому вероятности выигрыша и проигрыша каждой команды в одном матче одинаковы. Найдите вероятность того, что все три матча выиграет команда «Ротор».

4.17

17. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 23 пассажиров, равна 0,85. Вероятность того, что окажется меньше 12 пассажиров, равна 0,45. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 12 до 22.

4.18

18. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 8, но не дойдя до отметки 2.

19. Коля и Толя играют в кости. Они бросают кубик по одному разу, выигрывает тот, у кого выпадет больше очков. Первым бросил Коля, у него выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что Толя не выиграет. ■4.19

20. В классе 12 мальчиков и 13 девочек. 1 сентября случайным образом определяют двух дежурных на 2 сентября, которые должны приготовить класс к занятиям. Найдите вероятность того, что будут дежурить мальчик и девочка. ■4.20

Зачетные задания

1. По отзывам покупателей Игорь Игоревич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,83. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,88. Игорь Игоревич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар. ■4.1

2. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 55% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых. ■4.2

3. На соревнования по гребле приехали 6 спортсменов из Испании, 4 спортсмена из Китая, 5 спортсменов из Индии и 5 спортсменов из Англии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что четвёртым будет выступать спортсмен из Азии. ■4.3

4. В летнюю школу по математике приехали 24 восьмиклассника, 26 девятиклассников и 30 десятиклассников. Во время обеда все школьники выстроились в случайном порядке в очередь. Найдите вероятность того, что первым в очереди в столовую окажется восьмиклассник. ■4.4

5. Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,29. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит. ■4.5

6. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,4. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга). ■4.6

4.7 ■

7. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,03. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две такие батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

4.8 ■

8. Гроссмейстеры А. и Б. играют в шахматы. Если А. играет белыми, то он выигрывает у Б. с вероятностью 0,7. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,6. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняются цветами фигур. Найдите вероятность того, что Б. выиграет оба раза.

4.9 ■

9. Монету подкинули три раза. Найдите вероятность того, что все три раза выпала решка, если известно, что в первый раз выпала решка.

4.10 ■

10. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,97. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,03. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

4.11 ■

11. Найдите вероятность того, что при броске кубика выпадет чётное число очков.

4.12 ■

12. Найдите вероятность того, что при броске двух монет выпадет ровно одна решка.

4.13 ■

13. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 26 шахматистов, среди которых 5 участников из России, в том числе Кирилл Черноусов. Найдите вероятность того, что в первом туре Кирилл Черноусов будет играть с каким-либо шахматистом из России.

4.14 ■

14. В среднем из 900 шариковых ручек 45 не пишут. Найдите вероятность того, что наугад взятая ручка будет писать.

4.15 ■

15. В фирме такси в данный момент свободно 12 машин: 1 чёрная, 3 жёлтых и 8 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность, что эта машина — жёлтого цвета.

16. В группе по английскому языку учатся 10 школьников: Андрей, Катя, Лёша, Маша, Миша, Оля, Петя, Серёжа, Руслан и Толя. В начале урока учительница произвольным образом выбирает ученика, чтобы он отвечал домашнее задание у доски. Найдите вероятность того, что к доске пойдёт девочка.

4.16

17. На соревнования по метанию ядра приехали 6 спортсменов из Италии, 3 из Германии и 3 из России. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что третьим будет выступать спортсмен из Германии.

4.17

18. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 50 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 30 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

4.18

19. Катя и Настя бросают кубик по одному разу. Выигрывает та девочка, у которой выпало больше очков. Ничья, если очков поровну. Первой бросила Катя, у неё выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что Настя проиграет.

4.19

20. На турнир по настольному теннису прибыли 26 участников, в том числе близнецы Тоша и Гоша. Для проведения жеребьевки первого тура участников случайным образом разбивают на две группы по 13 человек. Какова вероятность того, что Тоша и Гоша окажутся в одной группе?

4.20

ЗАДАЧА 5

Подготовительные задания

5.1

1. Найдите корень уравнения $2x^2 + 5x - 3 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

5.2

2. Найдите корень уравнения $(3x + 15)^2 = (3x - 9)^2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

5.3

3. Найдите корень уравнения $(x - 5)(x - 3) + 1 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

5.4

4. Найдите корень уравнения $\sqrt{5x-1} = 2x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

5.5

5. Найдите корень уравнения $\sqrt{2x-7} = 7$.

5.6

6. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+3} = \frac{1}{2}$.

5.7

7. Найдите корень уравнения $9^{1-x} = \frac{1}{3}$.

5.8

8. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x+63} = 7^{x+21}$.

5.9

9. Найдите корень уравнения: $\log_9(5+x)=3$.

5.10

10. Найдите корень уравнения $\lg(-5x + 2) = -1$.

56.11

11. Найдите корень уравнения $\frac{1}{2x-7}=2$.

5.12

12. Найдите корень уравнения $\sqrt{18-2x}=6$.

5.13

13. Найдите корень уравнения $\log_3(-5-x)=3$.

5.14

14. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{5x+57}{7}}=9$.

15. Найдите корень уравнения $\log_2(7+4x)=\log_2(3+4x)+1$. **■5.15**

16. Найдите корень уравнения $6^{5-3x}=0{,}36\cdot 10^{5-3x}$. **■5.16**

17. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^x=\frac{1}{32}$. **■5.17**

18. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^x=16$. **■5.18**

19. Найдите корень уравнения $5^{-x}=125$. **■5.19**

20. Найдите корень уравнения $\sqrt{x-3}=6$. **■5.20**

Зачетные задания

1. Найдите корень уравнения $\frac{6x+1}{2x-4}=5$. **■5.1**

2. Найдите корень уравнения $6x=1+\frac{1}{x}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них. **■5.2**

3. Найдите корень уравнения $2\sqrt{11+2x}=x+3$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них. **■5.3**

4. Найдите корень уравнения $216^{4-x}=36^{\frac{3}{2}x}$. **■5.4**

5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x+2}=\left(\frac{1}{22}\right)^{x^2-3x+2}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них. **■5.5**

6. Найдите корень уравнения $\log_5(-5x+13)=3$. **■5.6**

7. Найдите корень уравнения $\log_{2x+3}7=0{,}5$. **■5.7**

8. Найдите корень уравнения $\log_{27}(8x+21)=\frac{\log_3(7-6x)}{3}$. **■5.8**

5.9

9. Найдите корень уравнения $\cos\frac{\pi(x+1)}{33}=\frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

5.10

10. Найдите корень уравнения $\mathrm{tg}(-\pi x)=-1$. В ответе запишите наименьший положительный корень.

5.11

11. Найдите корень уравнения $(2x+7)^2=(2x-5)^2$.

5.12

12. Найдите корень уравнения $\frac{5x-4}{6}=\frac{4x-5}{5}$.

5.13

13. Найдите корень уравнения $(x-8)^2=-32x$.

5.14

14. Найдите корень уравнения $\frac{1}{11}x^2=9\frac{1}{11}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

5.15

15. Найдите корень уравнения $\frac{1}{x+2}=\frac{2}{x}$.

5.16

16. Найдите корень уравнения $\sqrt{20-3x}=\sqrt{5}$.

5.17

17. Найдите корень уравнения $\sqrt{11+5x}=x+3$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

5.18

18. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi x}{12}=-0{,}5$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

5.19

19. Найдите корень уравнения $2^x\cdot 3^x=36^{x-4}$.

5.20

20. Найдите корень уравнения $2\log_4(3x-5)=\log_2(15-x)$.

ЗАДАЧА 6

Подготовительные задания

1. Угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, равен 15°. Найдите гипотенузу, если меньший катет равен 5.

■6.1

2. Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 4 : 3, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 88.

■6.2

3. Основания трапеции равны 12 и 17. Найдите больший из отрезков, на которые диагональ трапеции делит среднюю линию.

■6.3

4. Биссектриса угла, смежного с углом параллелограмма, параллельна одной из его диагоналей. Найдите угол, под которым пересекаются диагонали параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

■6.4

5. Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 72. На диагонали AC отмечена точка O, такая что $AO : OC = 5 : 3$. Через точку O проведены две прямые, параллельные сторонам BC и AD параллелограмма, и они пересекают стороны AB и AD, соответственно, в точках K и M. Найдите периметр четырёхугольника $AKOM$.

■6.5

6. Хорда AB делит окружность на две дуги, градусные величины которых относятся как 5 : 7. Под каким углом видна эта хорда из точки C, принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.

■6.6

7. Найдите угол ACO, если его сторона CA касается окружности, O — центр окружности, а большая дуга AD окружности, заключенная внутри этого угла, равна 116°. Ответ дайте в градусах.

■6.7

8. Около трапеции, один из углов которой равен 35°, описали окружность. Найдите меньший из остальных углов трапеции. Ответ дайте в градусах.

■6.8

9. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен 6. Найдите гипотенузу этого треугольника, если его катеты относятся как 8 : 15.

■6.9

6.10

10. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 22, её большая боковая сторона равна 7. Найдите радиус окружности.

6.11

11. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите AC, если $BK : KA = 6 : 5$, $KM = 18$.

6.12

12. В прямоугольном треугольнике, один из острых углов которого равен $60°$, гипотенуза равна 19. Найдите меньший катет этого треугольника.

6.13

13. В трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD диагонали пересекаются в точке O. Найдите AO, если $CO = 27$, $DC = 30$, $AB = 20$.

6.14

14. Один из углов параллелограмма на $56°$ меньше другого угла. Найдите величину тупого угла параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

6.15

15. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке, лежащей на стороне BC. Найдите BC, если $AB = 13$.

6.16

16. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 60. Точка E — середина стороны CD. Найдите площадь треугольника ADE.

6.17

17. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны 7 и 14.

6.18

18. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 16 и 20.

6.19

19. В треугольнике со сторонами 9 и 6 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой из этих сторон, равна 2. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?

6.20

20. Найдите площадь прямоугольной трапеции, основания которой равны 14 и 26, большая боковая сторона составляет с основанием угол $45°$.

Зачетные задания

1. В треугольнике ABC $AC = BC = 6$, высота AH равна 3. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах. ■6.1

2. В треугольнике ABC угол A равен 60°, угол B равен 82°. AD, BE и CF — высоты, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOF. Ответ дайте в градусах. ■6.2

3. Прямая, проведённая параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 4, отсекает треугольник, периметр которого равен 15. Найдите периметр трапеции. ■6.3

4. Основания равнобедренной трапеции равны 6 и 12. Синус острого угла трапеции равен 0,8. Найдите боковую сторону. ■6.4

5. В параллелограмме $ABCD$ сторона AB меньше стороны AD на 2 и угол B тупой. Из вершины B на сторону AD опущена высота $BH = 12$. Найдите BC, если $AH = 9$. ■6.5

6. Диагонали ромба относятся как 3 : 4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба. ■6.6

7. Сторона AB тупоугольного треугольника ABC равна радиусу описанной около него окружности. Найдите тупой угол C. Ответ дайте в градусах. ■6.7

8. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции. ■6.8

9. К окружности, вписанной в треугольник ABC, проведены три касательные, параллельные сторонам треугольника. Периметры отсечённых треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника. ■6.9

10. Три стороны описанного около окружности четырёхугольника относятся (в последовательном порядке) как 2 : 5 : 7. Найдите большую сторону этого четырёхугольника, если известно, что его периметр равен 54. ■6.10

11. Даны два смежных угла, один из которых равен 34°. Найдите угол между биссектрисой второго из данных углов и их общей стороной. Ответ дайте в градусах. ■6.11

6.12 ■

12. Найдите угол B треугольника ABC, если $AB = BC$, а внешний угол при вершине C равен $123°$. Ответ дайте в градусах.

6.13 ■

13. Одно из оснований трапеции в 6 раз меньше её средней линии. Во сколько раз оно меньше другого основания трапеции?

6.14 ■

14. Диагональ прямоугольника образует с одной из его сторон угол $11°$. Найдите угол между прямыми, содержащими диагонали прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

6.15 ■

15. Угол между двумя высотами ромба, проведенными из вершины тупого угла, равен $67°$. Найдите острый угол ромба. Ответ дайте в градусах.

6.16 ■

16. Площадь треугольника ABC равна 96, DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь трапеции $ABED$.

6.17 ■

17. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен $30°$. Боковая сторона треугольника равна 22. Найдите площадь этого треугольника.

6.18 ■

18. Стороны параллелограмма равны 10 и 70. Высота, опущенная на первую из этих сторон, равна 42. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

6.19 ■

19. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 13, а основание равно 24. Найдите площадь этого треугольника.

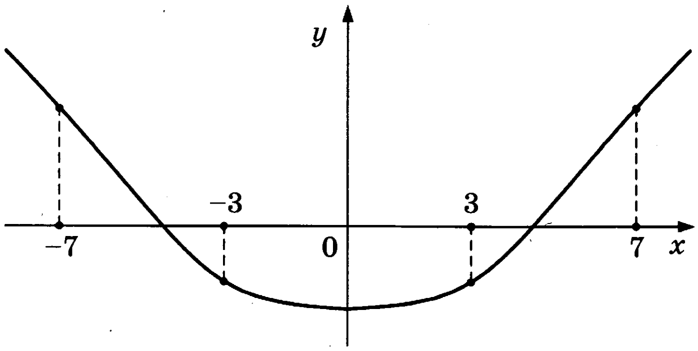
6.20 ■

20. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 148. Найдите площадь параллелограмма $A'B'C'D'$, вершинами которого являются середины сторон данного параллелограмма.

ЗАДАЧА 7

Подготовительные задания

1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки −7, −3, 3, 7. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.

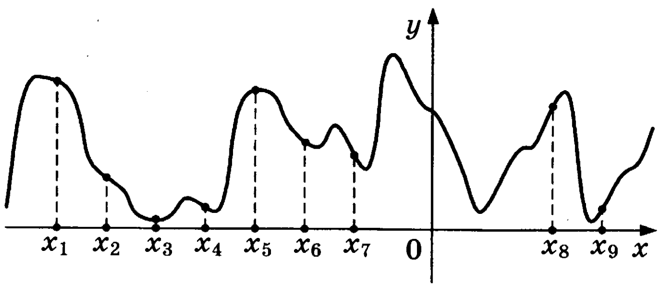


■7.1

2. Прямая $y=8x+11$ параллельна касательной к графику функции $y=x^2+7x-7$. Найдите абсциссу точки касания.

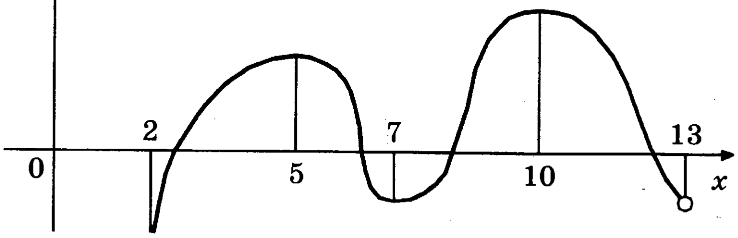
■7.2

3. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и девять точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_9. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



■7.3

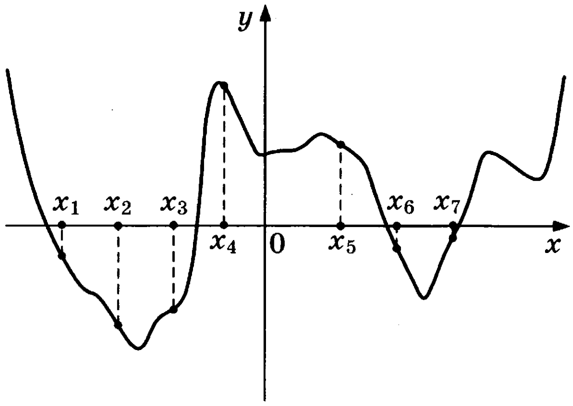
4. На рисунке изображён график первообразной $y=F(x)$ некоторой функции $y=f(x)$, определенной на интервале (2; 13). Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x)=0$ на отрезке [6; 9].



■7.4

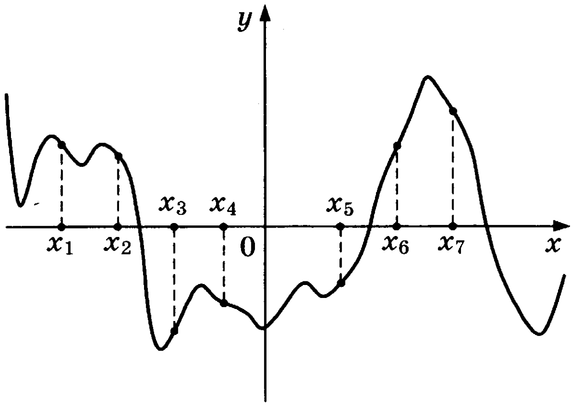
7.5

5. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, ..., x_7$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



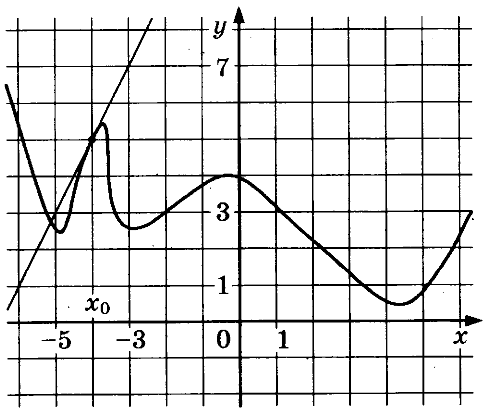
7.6

6. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, ..., x_7$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?

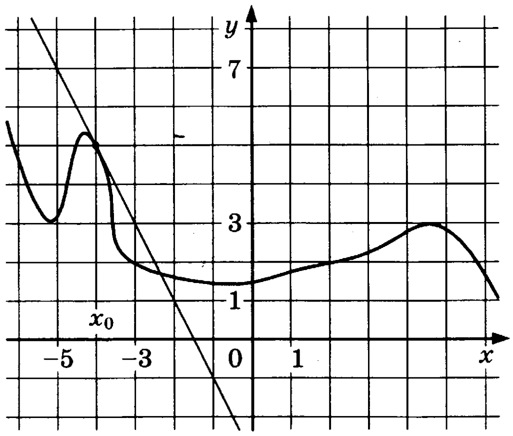


7.7

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



■7.8

9. Прямая $y = 7x - 9$ является касательной к графику функции $ax^2 - 17x + 3$. Найдите a.

■7.9

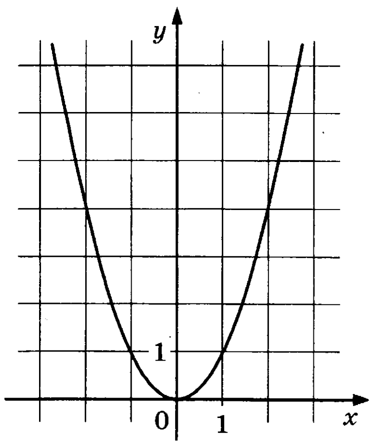
10. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 5t + 23,$$

где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 1$ с.

■7.10

11. На рисунке изображен график функции $y = x^2$. Нарисуйте касательную к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = 2$. (Используйте уравнение касательной.)



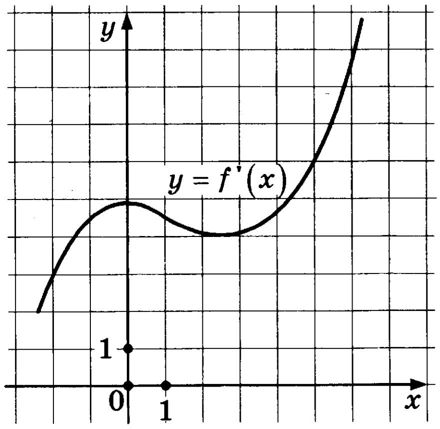
■7.11

12. Прямая $y = -5x + 14$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 3x^2 - 2x + 15$. Найдите абсциссу точки касания.

■7.12

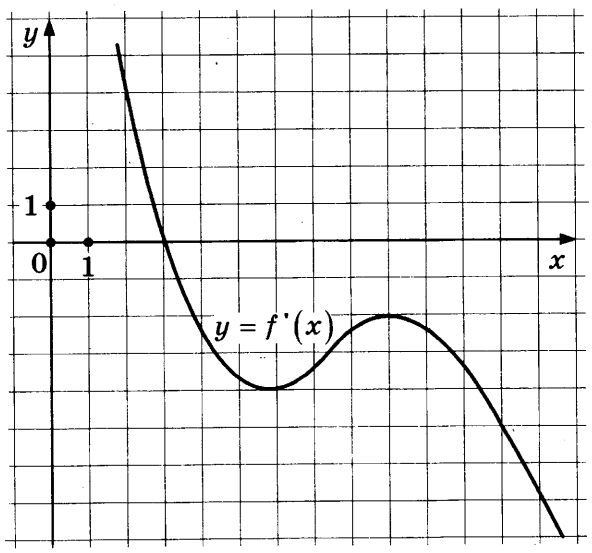
7.13

13. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y=f(x)$ параллельна прямой $y=3x$ или совпадает с ней.



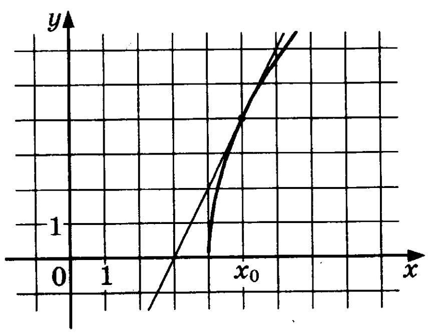
7.14

14. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y=f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.

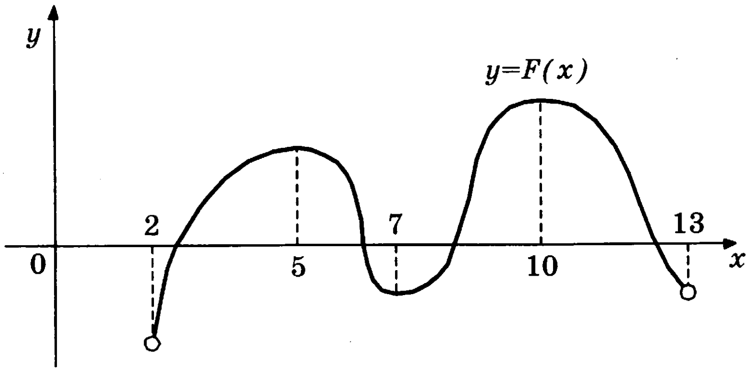


7.15

15. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0.



16. На рисунке изображён график первообразной $y = F(x)$ некоторой функции $y = f(x)$, определенной на интервале (2; 13). Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке [4; 12].

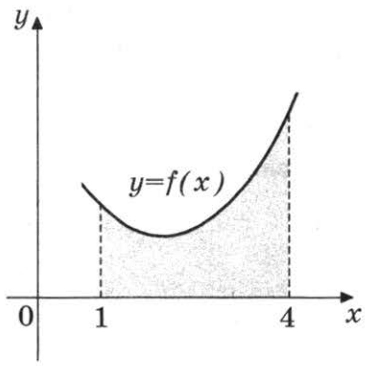


■7.16

17. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Одна из первообразных этой функции равна

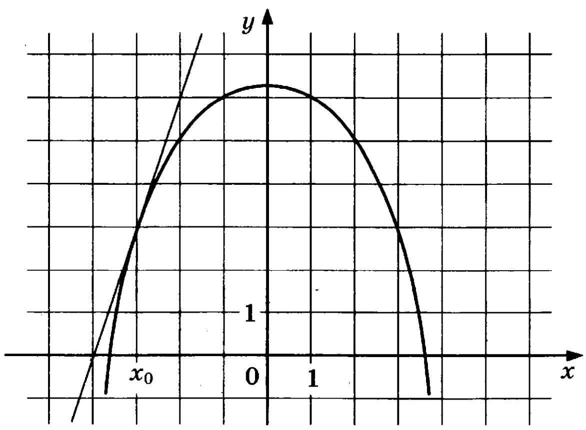
$$F(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 3x + 2.$$

Найдите площадь заштрихованной фигуры.



■7.17

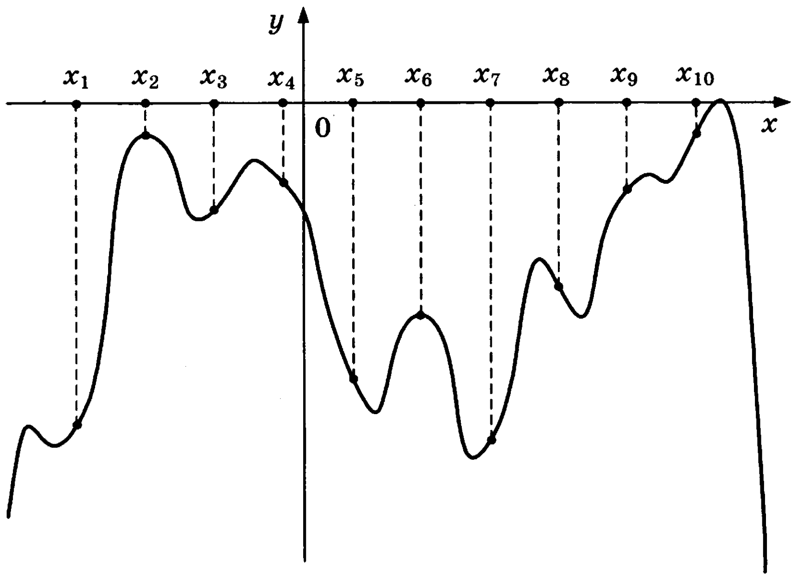
18. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0.



■7.18

7.19 ■

19. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_{10}. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?

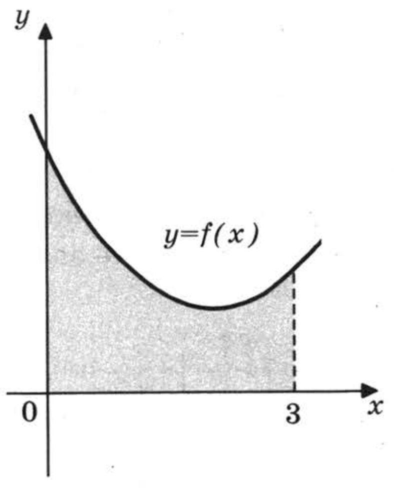


7.20 ■

20. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Одна из первообразных этой функции равна

$$F(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 3x - 3.$$

Найдите площадь заштрихованной фигуры.



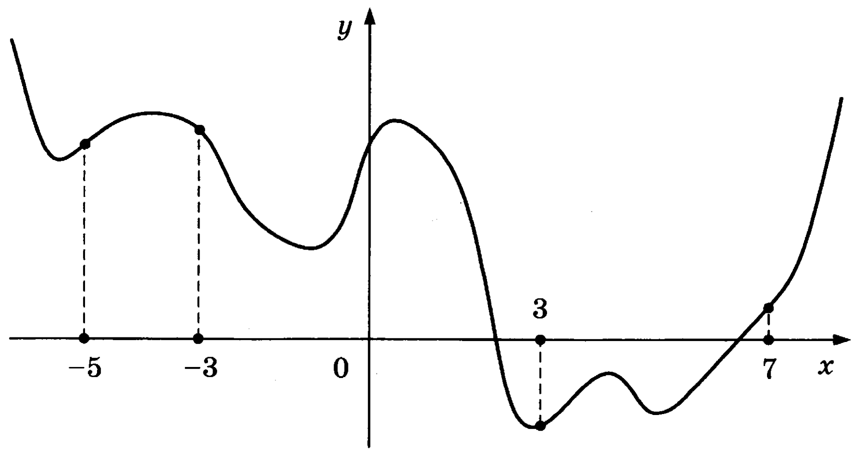
Зачетные задания

7.1 ■

1. Прямая $y = 5x - 7$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 - 4x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

2. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -5, -3, 3, 7. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.

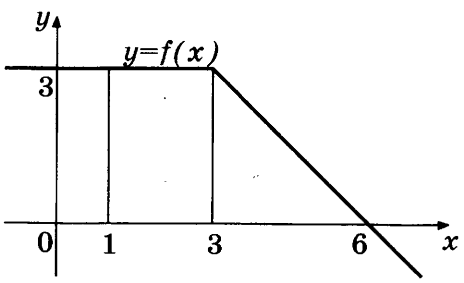
■7.2



3. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите определённый интеграл

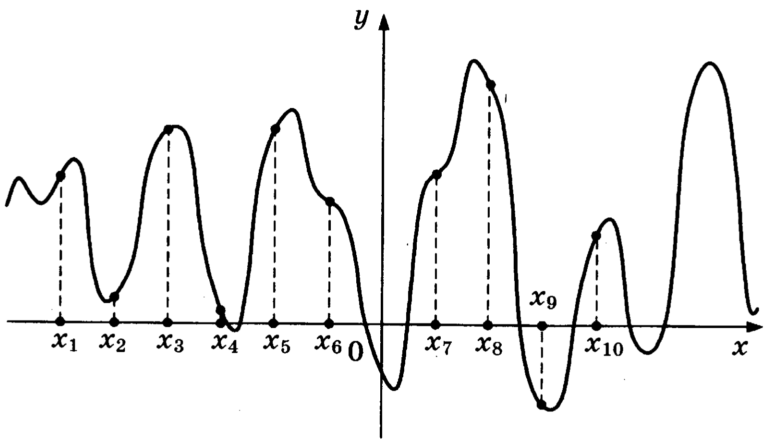
■7.3

$$\int_1^6 f(x)dx.$$



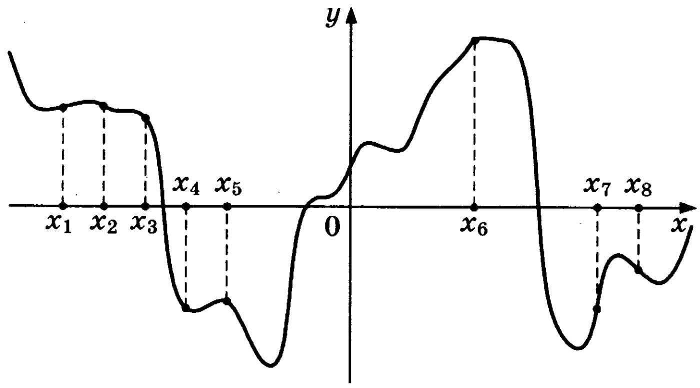
4. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_{10}. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?

■7.4



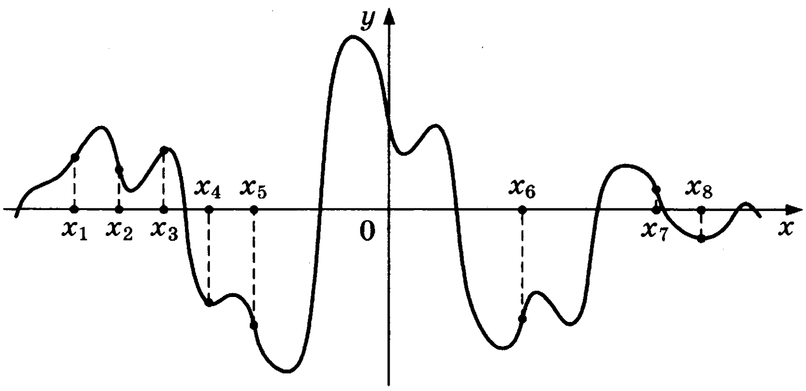
7.5

5. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и восемь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_8. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



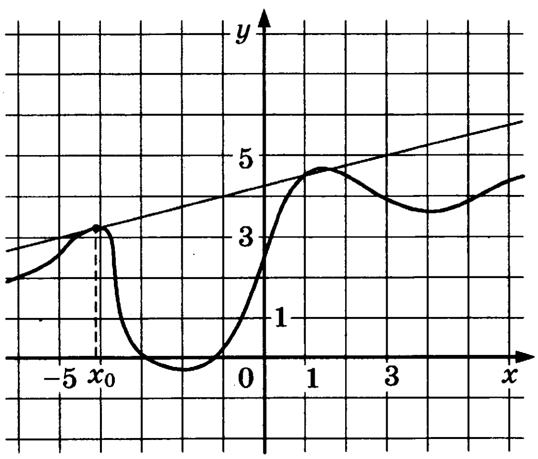
7.6

6. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и восемь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_7. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?



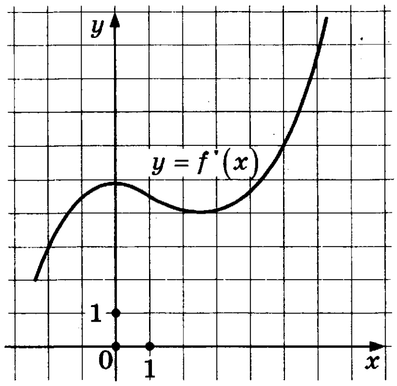
7.7

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



8. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y=f(x)$ параллельна прямой $y=6x$ или совпадает с ней.

■7.8



9. Прямая $y = 9x - 2$ является касательной к графику функции $13x^2 + bx + 11$. Найдите b, учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

■7.9

10. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 3t^2 - t + 17,$$

где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 6 м/с?

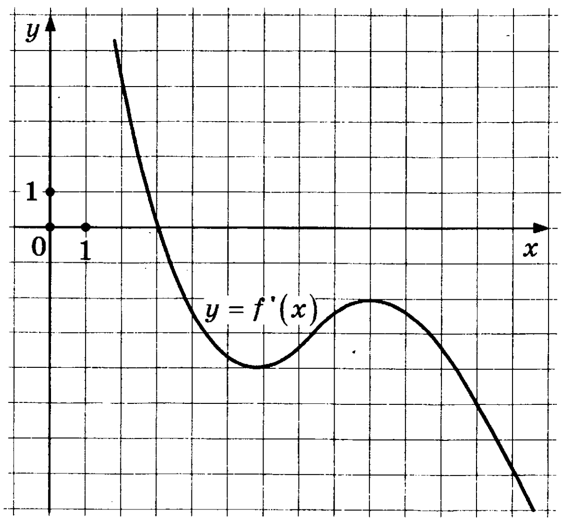
■7.10

11. Прямая $y=-4x-8$ является касательной к графику функции $y=x^3-3x^2-x-9$. Найдите абсциссу точки касания.

■7.11

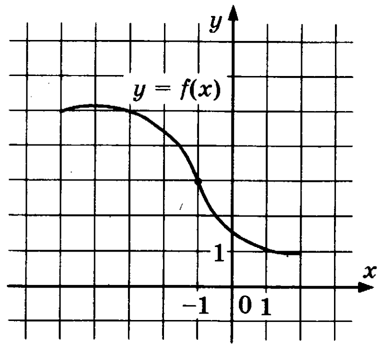
12. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y=f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.

■7.12



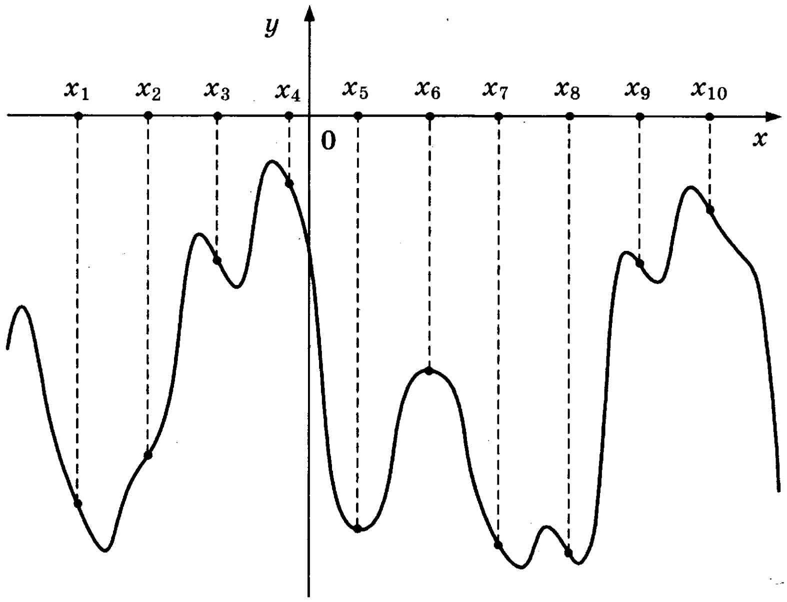
7.13

13. На рисунке изображён график функции $f(x)$. Касательная к этому графику, проведённая в точке -1, проходит через начало координат. Найдите $f'(-1)$.



7.14

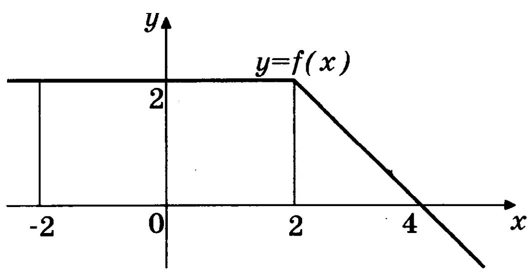
14. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



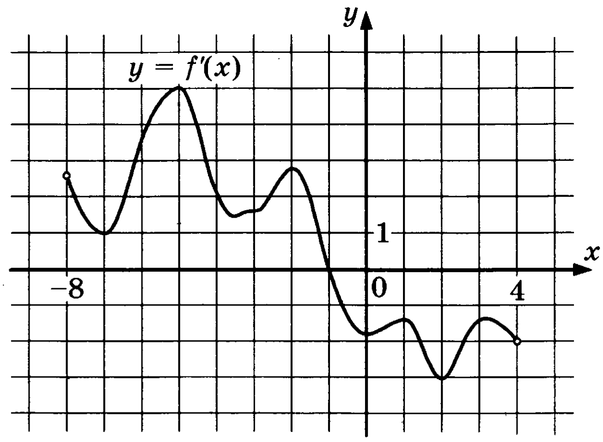
7.15

15. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите определённый интеграл

$$\int_{-2}^{4} f(x)dx.$$

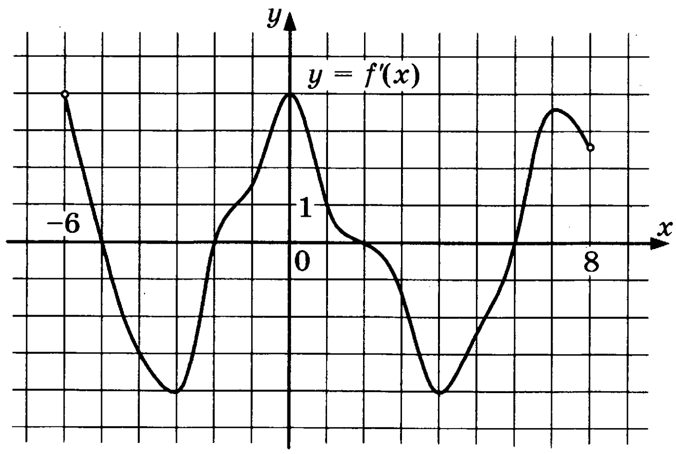


16. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-7; -2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



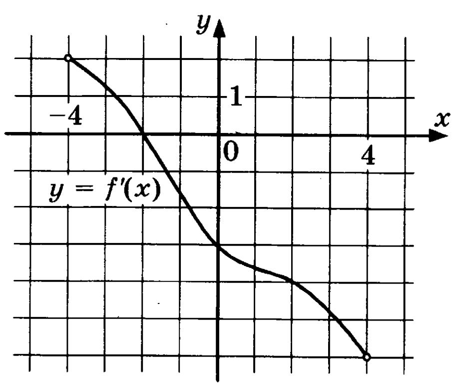
■7.16

17. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество таких чисел x_i, что касательная к графику функции $f(x)$ в точке x_i параллельна прямой $y = 2x - 5$ или совпадает с ней.



■7.17

18. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 4)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -3x - 11$ или совпадает с ней.



■7.18

7.19

7.20

19. Прямая $y = 4x - 3$ является касательной к графику функции $y = 8x^2 - 12x + c$. Найдите c.

20. Материальная точка движется прямолинейно по закону

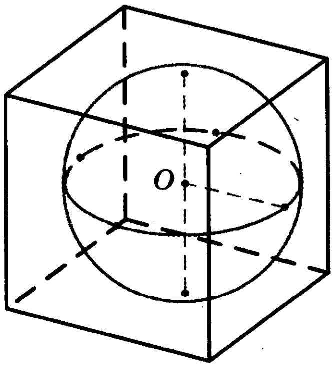
$$x(t) = t^3 - 9t^2 + 2t + 30,$$

где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени ее скорость была равна 50 м/с?

ЗАДАЧА 8

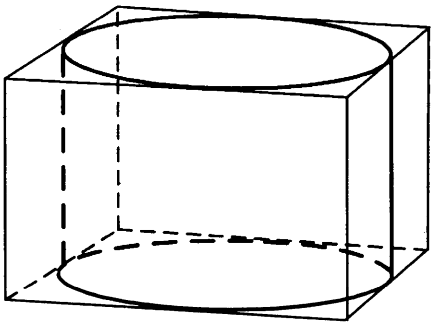
Подготовительные задания

1. Куб описан около сферы радиуса 13,5. Найдите объём куба.



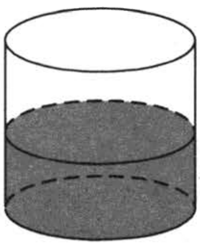
■8.1

2. Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания которого равен 1. Площадь боковой поверхности призмы равна 8. Найдите высоту цилиндра.



■8.2

3. В цилиндрический сосуд налили 2900 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 20 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 15 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3.



■8.3

4. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 54 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 3 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

■8.4

8.5

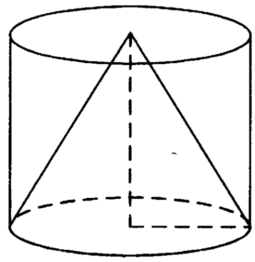
5. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём конуса равен 60. Найдите объём цилиндра.

8.6

6. Во сколько раз увеличится объем конуса, если радиус его основания увеличится в 3 раза, а высота останется прежней?

8.7

7. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём цилиндра равен 153. Найдите объём конуса.



8.8

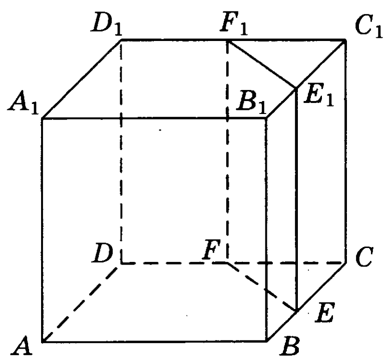
8. Объём куба, описанного около сферы, равен 2744. Найдите радиус сферы.

8.9

9. Через среднюю линию основания треугольной призмы, объём которой равен 6, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём отсеченной треугольной призмы.

8.10

10. Объём куба равен 68. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



8.11

11. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, A_1, D_1 параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 4, AD = 4,\ AA_1 = 9$.

8.12

12. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки B, C, D, C_1, D_1 параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 3$, $AD = 3$, $AA_1 = 7$.

13. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, D, A_1 параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 8$, $AD = 5$, $AA_1 = 6$.

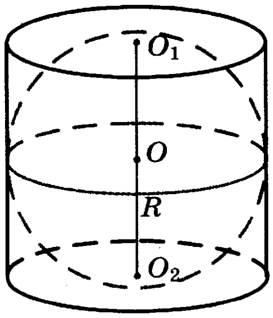
■8.13

14. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки C, A_1, B_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 5, а боковое ребро равно 9.

■8.14

15. Цилиндр, объём которого равен 69, описан около шара. Найдите объём шара.

■8.15



16. Конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 35.

■8.16

17. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 132. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

■8.17

18. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 2, найдите угол между прямыми AA_1 и BC_1. Ответ дайте в градусах.

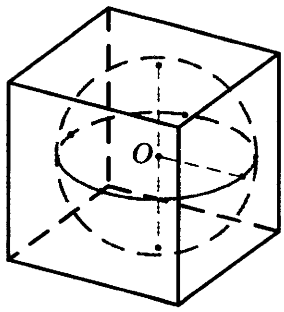
■8.18

19. В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $D_1B = 2AB$. Найдите угол между диагоналями BD_1 и CA_1. Ответ дайте в градусах.

■8.19

20. Шар, объём которого равен 7π, вписан в куб. Найдите объём куба.

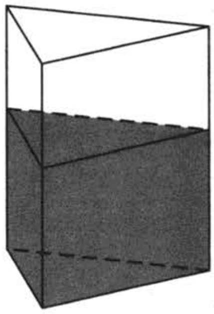
■8.20



Зачетные задания

8.1 ■

1. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.

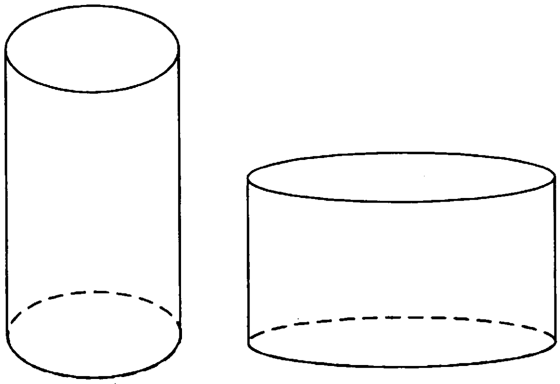


8.2 ■

2. Тангенс угла между плоскостью боковой грани пирамиды и плоскостью её основания равен 7,5. Найдите сторону основания пирамиды, если её высота равна $30\sqrt{3}$.

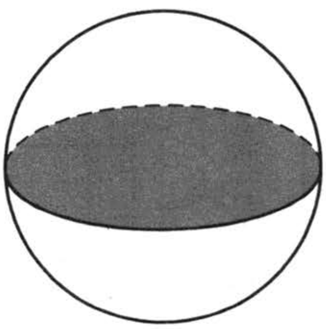
8.3 ■

3. Дано два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 94. У второго цилиндра высота в 3 раза больше, а радиус основания в 2 раза меньше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.

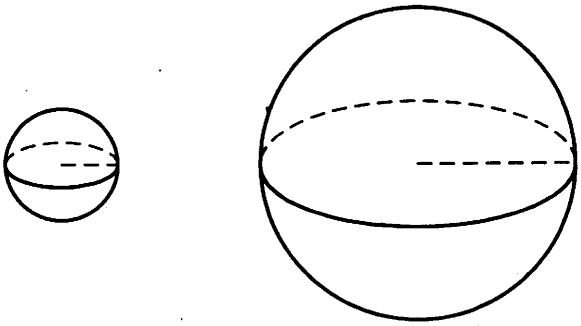


8.4 ■

4. Площадь большого круга шара равна 1. Найдите площадь поверхности шара.

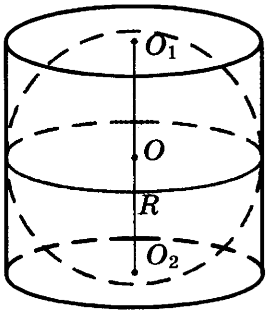


5. Дано два шара. Радиус первого шара в 4 раза больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?



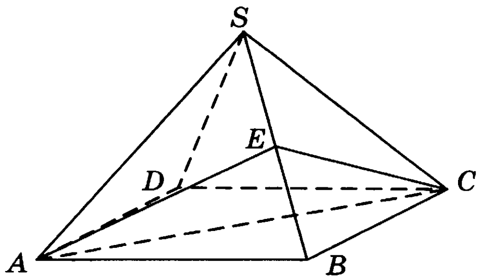
■8.5

6. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности цилиндра равна 111. Найдите площадь поверхности шара.



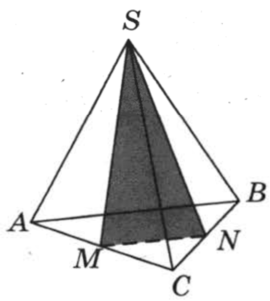
■8.6

7. Объем правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ равен 120. Точка E — середина ребра SB. Найдите объем треугольной пирамиды $EABC$.



■8.7

8. От треугольной пирамиды, объем которой равен 12, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды и среднюю линию основания. Найдите объем отсеченной треугольной пирамиды.



■8.8

8.9

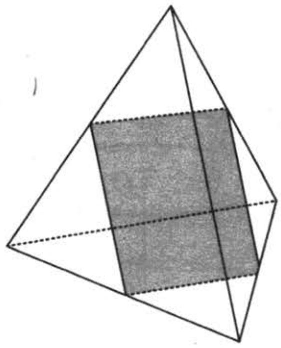
9. Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшится в 29 раз, а образующая останется прежней?

8.10

10. Площадь полной поверхности конуса равна 84. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту пополам. Найдите площадь полной поверхности отсеченного конуса.

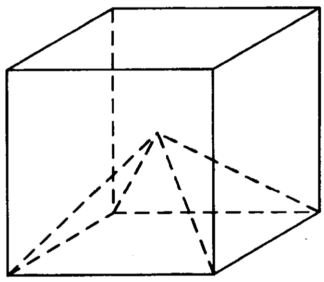
8.11

11. Ребра правильного тетраэдра равны 10. Найдите площадь сечения, проходящего через середины четырёх его ребер.



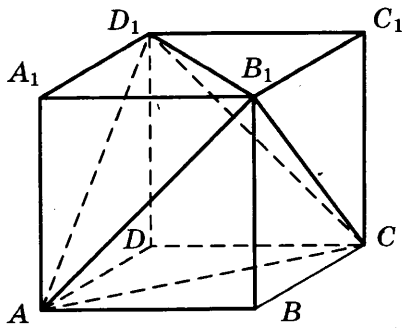
8.12

12. Объем куба равен 102. Найдите объем четырехугольной пирамиды, основанием которой является грань куба, а вершиной — центр куба.



8.13

13. Объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равен 3,6. Найдите объем треугольной пирамиды AD_1CB_1.



9.14

14. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D_1 параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 8$, $AD = 6$, $AA_1 = 2$.

15. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, B_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 9, и боковое ребро равно 9.

■8.15

16. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, A_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 4.

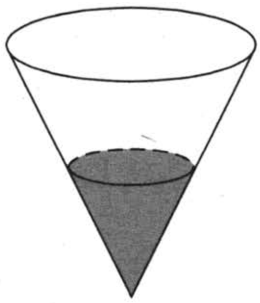
■8.16

17. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен $39\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса.

■8.17

18. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{3}$ высоты. Объём жидкости равен 4 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы наполнить сосуд доверху?

■8.18



19. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины рёбер $AB = 9$, $AD = 12$, $AA_1 = 7$. Найдите синус угла между прямыми A_1D_1 и AC.

■8.19

20. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна высоте боковой грани. Найдите угол между плоскостями несмежных боковых граней пирамиды. Ответ дайте в градусах.

■8.20

ЗАДАЧА 9

Подготовительные задания

9.1

1. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{6}-\sqrt{14}\right)\left(\sqrt{6}+\sqrt{14}\right)$.

9.2

2. Найдите значение выражения $\dfrac{\left(6\sqrt{2}\right)^2}{18}$.

9.3

3. Найдите значение выражения $\dfrac{\left(\sqrt{13}+\sqrt{5}\right)^2}{9+\sqrt{65}}$.

9.4

4. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{8}-\sqrt{98}\right)\cdot\sqrt{2}$.

9.5

5. Найдите значение выражения $2\cdot\sqrt[5]{256}\cdot\sqrt[20]{256}$.

9.6

6. Найдите значение выражения $8^{0,28}\cdot16^{0,04}$.

9.7

7. Найдите значение выражения $\dfrac{5^{5,6}}{25^{1,3}}$.

9.8

8. Найдите значение выражения $5^{\frac{1}{5}}\cdot25^{\frac{2}{5}}$.

9.9

9. Найдите значение выражения $1,25^{\frac{2}{7}}\cdot2^{\frac{6}{7}}\cdot10^{\frac{5}{7}}$.

9.10

10. Найдите значение выражения $25^{2\sqrt{2}-3}\cdot5^{4-4\sqrt{2}}$.

9.11

11. Найдите значение выражения $15\cdot3^{\log_3 18}$.

9.12

12. Найдите значение выражения $\log_{0,25}32$.

9.13

13. Найдите значение выражения $\log_6 702-\log_6 3,25$.

14. Найдите значение выражения $8\log_8 \sqrt[5]{8}$.

15. Найдите значение выражения $6^{2+\log_6 10}$.

16. Найдите значение выражения $6\sin 135^\circ \cdot \cos 45^\circ$.

17. Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha+\frac{3\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg}\alpha=1,25$.

18. Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha=-\frac{\sqrt{51}}{10}$ и $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$.

19. Найдите значение выражения $\frac{-12}{\sin^2 152^\circ+\sin^2 242^\circ}$.

20. Найдите $13\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha=-0,6$.

Зачетные задания

1. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{5,6}\cdot\sqrt{2,1}}{\sqrt{0,24}}$.

2. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{6\frac{3}{7}}-\sqrt{2\frac{6}{7}}\right):\sqrt{\frac{5}{63}}$.

3. Найдите значение выражения $\sqrt{1130^2-552^2}$.

4. Найдите значение выражения $\sqrt[4]{36}\cdot\sqrt[6]{216}$.

5. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[35]{7}\cdot\sqrt[14]{7}}{\sqrt[10]{7}}$.

6. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{3}}$.

7. Найдите значение выражения $\frac{4^{2,9}\cdot 7^{2,4}}{28^{1,4}}$.

8. Найдите значение выражения $35^{3,4}\cdot 7^{-3,4}:5^{1,4}$.

■9.14

■9.15

■9.16

■9.17

■9.18

■9.19

■9.20

■9.1

■9.2

■9.3

■9.4

■9.5

■9.6

■9.7

■9.8

9.9

9.10

9.11

9.12

9.13

9.14

9.15

9.16

9.17

9.18

9.19

9.20

9. Найдите значение выражения $\left(\frac{3^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{1}{5}}}{\sqrt[10]{3}}\right)^5$.

10. Найдите значение выражения $\frac{\left(11^{\frac{3}{5}}\cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{55^9}$.

11. Найдите значение выражения $2^{\log_4 49}$.

12. Найдите значение выражения $\log_{100} 10+\log_{0,125} 64$.

13. Найдите значение выражения $\frac{\log_5 729}{\log_5 9}$.

14. Найдите значение выражения $(1-\log_4 12)(1-\log_3 12)$.

15. Найдите значение выражения $\frac{\log_3 2}{\log_3 7}+\log_7 0,5$.

16. Найдите значение выражения $\frac{45}{\sin\left(-\frac{25\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{35\pi}{4}\right)}$.

17. Найдите значение выражения $\frac{4\sin 130^\circ}{\sin 65^\circ\cdot\sin 25^\circ}$.

18. Найдите значение выражения $\frac{-14\sin 58^\circ}{\cos 29^\circ\cdot\cos 61^\circ}$.

19. Найдите значение выражения $\sqrt{200}\cos^2\frac{7\pi}{8}-\sqrt{50}$.

20. Найдите $\mathrm{tg}^2\,\alpha$, если $4\sin^2\alpha+10\cos^2\alpha=9$.

ЗАДАЧА 10

Подготовительные задания

1. Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене $p = 500$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700\,000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите наименьший месячный объём производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 300 000 руб.

■10.1

2. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 5$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{400}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

■10.2

3. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 11$ кг и радиуса $R = 6$ см и двух боковых с массами $M = 4$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг $\cdot$ см^2, дается формулой $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения 598 кг $\cdot$ см^2? Ответ выразите в сантиметрах.

■10.3

4. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r = 4$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 5% от силы тока короткого замыкания $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$? Ответ выразите в омах.

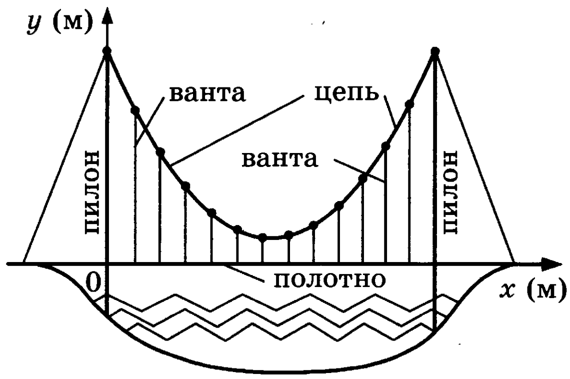
■10.4

10.5

5. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 149 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c\dfrac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f, если скорость погружения батискафа не должна превышать 10 м/с. Ответ выразите в МГц.

10.6

6. На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, задаётся формулой $y = 0{,}0041x^2 - 0{,}77x + 41$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 80 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



10.7

7. Автомобиль, масса которого равна $m = 1500$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остаётся неизменным, и проходит за это время путь $s = 600$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \dfrac{2ms}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F, приложенная к автомобилю, не меньше 2000 Н. Ответ выразите в секундах.

10.8

8. Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 3 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC\log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1{,}4$ — постоянная. Определите (в киловольтах) наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 8,4 с.

9. Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полёта мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полёта будет не меньше 4 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

10.9

10. Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на неё проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в Н·м) определяется формулой $M = NIBl^2 \sin\alpha$, где $I = 8$ А — сила тока в рамке, $B = 7 \cdot 10^{-3}$ Тл — значение индукции магнитного поля, $l = 0{,}4$ м — размер рамки, $N = 625$ — число витков провода в рамке, α — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент M был не меньше 2,8 Н·м?

10.10

11. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе показателей информативности In, оперативности Op, объективности Tr публикаций, а также качества Q сайта. Каждый отдельный показатель — целое число от 0 до 4.
Составители рейтинга считают, что объективность ценится вчетверо, а информативность публикаций — втрое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{3In + Op + 4Tr + Q}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число A, чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 12.

10.11

12. Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение в вольтах, R — сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включён предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 8 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.

10.12

10.13

13. Начальная скорость v_0 движущегося с постоянным ускорением тела равна 15 м/с. Ускорение тела a равно 13 м/с^2. С какой скоростью (в м/с) будет двигаться тело в момент времени $t = 9$ с, если скорость движения тела при равноускоренном движении вычисляется по формуле $v = v_0 + a \cdot t$?

10.14

14. Расстояние от линзы до предмета d_1 и расстояние от линзы до изображения d_2 связаны соотношением $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$, где f — главное фокусное расстояние линзы. Найдите f, если известно, что при расстоянии от линзы до предмета, равном 70 см, расстояние от линзы до изображения этого предмета равно 30 см. Ответ дайте в сантиметрах.

10.15

15. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч^2, вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,5 километра, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

10.16

16. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя КПД этого двигателя будет не меньше 25%, если температура холодильника $T_2 = 285$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

10.17

17. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,2 с. После дождя измеряемое время уменьшилось на 0,2 с. На сколько метров поднялся уровень воды?

10.18

18. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 54$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 8$ км/ч^2. Расстояние S от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется по формуле $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует связь на расстоянии не далее чем в 58 км от города. Ответ выразите в минутах.

19. Камень подбросили вверх. Его высота над землей (в метрах) вычисляется по формуле $h(t) = 23t - 5t^2$, где t — время в секундах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 12 метров?

■10.19

20. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведёт лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое минимальное количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы расстояние от него до горизонта было больше 12 километров? Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h над землёй, до линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли.

■10.20

Зачетные задания

1. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 6$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{600}$ м/мин^2, и $b = -\frac{1}{5}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

■10.1

2. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -50$ К/мин^2, $b = 400$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1750 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

■10.2

3. Компания Яндекс-Маркет вычисляет рейтинг интернет-магазинов по формуле

$$R = r_{пок} - \frac{r_{пок} - r_{экс}}{(K+1)\dfrac{0{,}02K}{r_{пок}+0{,}1}},$$

где $r_{пок}$ — средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{экс}$ — оценка магазина экспертами компании (от 0 до 0,7) и K — число покупателей, оценивших магазин.

Найдите рейтинг интернет-магазина «Дзета», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 8, их средняя оценка равна 0,22, а оценка экспертов равна 0,49.

■10.3

10.4 ■ 4. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \rho g l^3$, где l — длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000$ кг/м^3 — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 9{,}8$ Н/кг). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 3081433,6 Н? Ответ выразите в метрах.

10.5 ■ 5. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = \text{const}$, где p — давление в газе в паскалях, V — объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него $k = \frac{4}{3}$) из начального состояния, в котором $\text{const} = 2{,}56 \cdot 10^6$ Па·м^4, газ начинают сжимать. Какой наибольший объём V может занимать газ при давлениях p не ниже $6{,}25 \cdot 10^6$ Па? Ответ выразите в кубических метрах.

10.6 ■ 6. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_п = 25$ °C, через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой $T_в = 57$ °C. Расход проходящей через трубу воды $m = 0{,}3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T(°C), причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_в - T_п}{T - T_п}$(м), где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 28 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1{,}4$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 126 м?

10.7 ■ 7. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\upsilon = 4$ моля воздуха объемом $V_1 = 20$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \upsilon T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$ (Дж), где $\alpha = 6,\ 7$ постоянная, а $T = 300$ К — температура воздуха. Какой объём V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 24 120 Дж?

10.8 ■ 8. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 60°$/с, фаза $\varphi = -15°$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

9. Два тела массой $m = 4$ кг каждое движутся с одинаковой скоростью $v = 5$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 25 джоулей?

■10.9

10. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = \text{const}$, где p (Па) — давление в газе, V — объём газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a увеличение вчетверо объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к уменьшению давления не менее, чем в 2 раза?

■10.10

11. При температуре 0° рельс имеет длину $l_0 = 15$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t°) = l_0(1 + \alpha \cdot t°)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}(°\,\mathrm{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, $t°$ — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 4,5 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

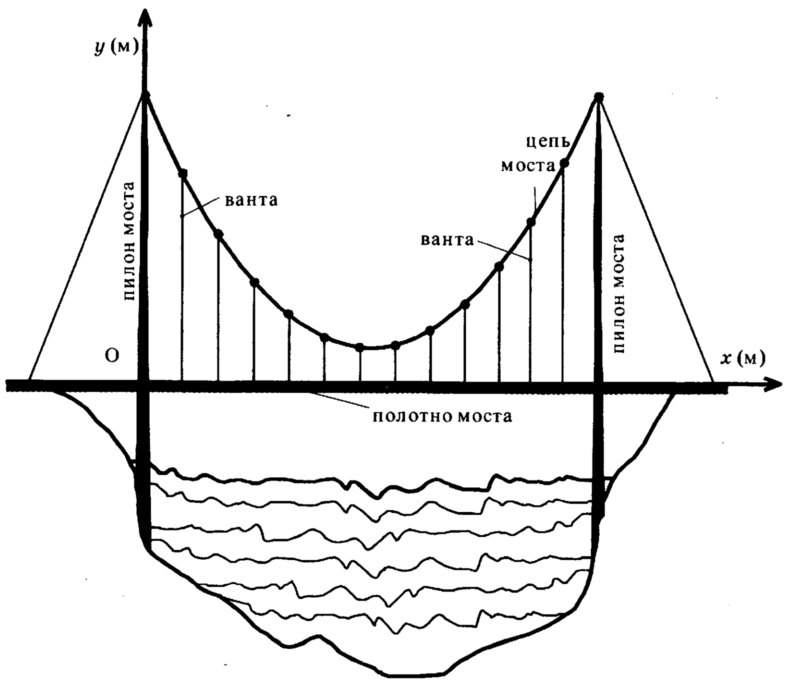
■10.11

12. Зависимость объёма спроса q на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 70 - 5p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) определяется как $r(p) = q \cdot p$. Определите максимальный уровень цены p, при котором месячная выручка $r(p)$ составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

■10.12

13. Самые красивые мосты — вантовые. Вертикальные **пилоны** связаны огромной провисающей **цепью**. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают **полотно моста**, называются **вантами**.

■10.13



На рисунке изображена схема одного вантового моста. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение

$$y = 0{,}0058x^2 - 0{,}796x + 32,$$

где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 100 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.

10.14

14. Автомобиль разгоняется с места с постоянным ускорением $a = 0{,}3\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ и через некоторое время достигает скорости $v = 15\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Какое расстояние к этому моменту прошёл автомобиль? Ответ выразите в метрах. Скорость v, пройденный путь l, время разгона t и ускорение a связаны соотношениями $v = at,\ l = \frac{at^2}{2}$.

10.15

15. Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1{,}8 + 12t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее четырех метров?

10.16

16. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P, измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma S T^4$, где $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, температура T — в градусах Кельвина, а мощность P — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности $S = \frac{1}{64} \cdot 10^{20}$ м^2, а излучаемая ею мощность P не менее $2{,}28 \cdot 10^{25}$ Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

10.17

17. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 35$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 35 до 60 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 240 до 280 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

18. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 190$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону

$$f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}},$$

где c — скорость звука в воздухе (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 300$ м/с. Ответ выразите в м/с.

10.18

19. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l (в километрах) с постоянным ускорением a (в км/ч^2), вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 километра, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

10.19

20. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начала распада, T — период полураспада в часах. В лаборатории получили вещество, содержащее $m_0 = 80$ мкг изотопа натрия-24, период полураспада которого $T = 15$ ч. В течение скольких часов масса изотопа натрия-24 будет не меньше 10 мкг?

10.20

ЗАДАЧА 11

Подготовительные задания

11.1 **1.** Две трубы наполняют бак за 4 часа. Одна вторая труба наполняет бак за 7 часов. За сколько минут наполняет бак одна первая труба?

11.2 **2.** Двое художников за 3 часа раскрашивают 180 чашек, причем первый красит в $\frac{7}{3}$ раза быстрее. Сколько чашек в час красит второй?

11.3 **3.** Дима и Леша вместе могут вскопать весь огород за два с половиной часа, а Дима и Коля могут вскопать весь огород за два часа. Втроём они могут вскопать весь огород за 100 минут. За сколько минут Дима один сможет вскопать весь огород?

11.4 **4.** На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

11.5 **5.** Имеется два сплава, массы которых отличаются на 54 килограмма. Первый сплав содержит 10% олова, второй — 30%. Из этих двух сплавов получили третий сплав, который содержит 18,2% олова. Найдите массу более лёгкого сплава.

11.6 **6.** Имеется два раствора. Первый содержит 10% кислоты, второй — 12% кислоты. Известно, что масса кислоты в растворах одинакова. Когда растворы смешали, оказалось, что получившийся раствор весит 4 килограмма 400 граммов. Сколько килограммов весит первый раствор?

11.7 **7.** Первые 3 часа автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие полчаса — со скоростью 60 км/ч, а затем два часа — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

11.8 **8.** Расстояние между городами A и B равно 875 км. Из города A в город B в полдень со скоростью 75 км/ч выехал автомобиль, в час дня он сделал остановку на час, а в три часа дня навстречу первому из города B выехал второй автомобиль со скоростью 70 км/ч. Через сколько часов после выезда первого автомобиля они встретятся?

9. Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 63 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 12 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

11.9

10. Пристани A и B расположены на озере, расстояние между ними равно 390 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из A в B. На следующий день она отправилась обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B. Найдите скорость баржи на пути из A в B. Ответ дайте в км/ч.

11.10

11. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 13 рабочих, а во второй — 23 рабочих. Через 3 дня после начала работы в первую бригаду перешли 20 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

11.11

12. Автомобиль выехал с постоянной скоростью 51 км/ч из города A в город B, расстояние между которыми равно 391 км. Одновременно с ним из города C в город B, расстояние между которыми равно 528 км, с постоянной скоростью выехал мотоциклист. По дороге он сделал остановку на 20 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город B одновременно. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

11.12

13. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 58 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 7,2 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 29 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 36 минут? Ответ дайте в км/ч.

11.13

14. Плиточник должен уложить 100 $м^2$ плитки. Если он будет укладывать на 10 $м^2$ в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 5 дней раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

11.14

15. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 18 минут, второй и третий — за 24 минуты, а первый и третий — за 36 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

11.15

11.16

16. Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 5 км. Путь из A в B занял у туриста 3 часа, из которых 1 час ушёл на спуск. Найдите скорость туриста на спуске, если она больше скорости на подъёме на 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

11.17

17. Два человека отправляются из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 3,5 км от дома. Один идёт со скоростью 2,4 км/ч, а другой — со скоростью 3,2 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от дома произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

11.18

18. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 400 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 1 минуте 3 секундам. Ответ дайте в метрах.

11.19

19. Смешав 58-процентный и 97-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 60-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 65-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 58-процентного раствора использовали для получения смеси?

11.20

20. Клиент А. сделал вклад в банке в размере 5000 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Ещё ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 318 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

Зачетные задания

11.1

1. Три трубы наполняют бассейн за 6 часов. Одна первая труба наполняет бассейн за 9 часов, а одна третья труба — за 54 часа. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

11.2

2. Первый рабочий делает в час на 4 детали больше, чем второй, и весь заказ он может сделать за 5 часов. Второй рабочий такой же заказ может сделать за 9 часов. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

11.3

3. Марина и Оля могут прополоть все грядки за 3 часа 55 минут, Оля и Настя могут прополоть эти же грядки за 3 часа 8 минут, а Настя и Марина — за 2 часа 21 минуту. За сколько времени они могут прополоть все грядки, если будут работать все вместе? Ответ дайте в часах.

4. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 1% алюминия, второй сплав — 20% алюминия. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 760 килограммов, который содержит 10% алюминия. Сколько килограммов весил второй сплав?

■11.4

5. Имеется два сосуда. Первый содержит 150 кг, второй — 180 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 20% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 18,5% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором сосуде?

■11.5

6. Из городов A и B навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 3 часа раньше, чем велосипедист приехал в A, а встретились они через 48 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

■11.6

7. Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 90 км/ч, а вторую половину пути со скоростью, на 15 км/ч меньшей скорости первого, в результате чего прибыл в B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она меньше 50 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

■11.7

8. Моторная лодка прошла против течения реки 195 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на шесть с половиной часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 16 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

■11.8

9. От пристани A к пристани B, расстояние между которыми равно 270 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 3 часа после этого следом за ним, со скоростью на 3 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт B оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

■11.9

10. Бизнесмен Пирожков получил в 2000 году прибыль в размере 10 000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Пирожков за 2004 год?

■11.10

11. Расстояние между городами A и B равно 580 км. Из города A в город B со скоростью 80 км/ч выехал автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Через сколько часов после выезда второго автомобиля автомобили встретятся?

■11.11

11.12 ■

12. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 500 метров меньше, чем скорый, и на путь в 120 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

11.13 ■

13. Два мотоцикла стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 20 км. Через сколько минут мотоциклы поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 12 км/ч больше скорости другого?

11.14 ■

14. Расстояние между пристанями A и B равно 60 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот прошел 36 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

11.15 ■

15. Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 55 км/ч, следующий час — со скоростью 70 км/ч, а затем три часа — со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

11.16 ■

16. Маша и Настя вымоют окно за 12 минут. Настя и Лена вымоют это же окно за 20 минут, а Маша и Лена — за 15 минут. За сколько минут девочки вымоют окно, работая втроём?

11.17 ■

17. Две трубы наполняют бассейн за 4 часа. Только одна первая труба наполняет бассейн за 5 часов. За сколько часов наполняет бассейн вторая труба?

11.18 ■

18. В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

11.19 ■

19. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

11.20 ■

20. Турист идёт из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошёл турист за третий день, если весь путь он прошёл за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

ЗАДАЧА 12

Подготовительные задания

1. Найдите производную функции $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2x + 2$.

■12.1

2. Найдите наибольшее значение функции $y = 16x - 11\sin x + 6$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

■12.2

3. Найдите наименьшее значение функции $y = 5\sin x - 9 + 3$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

■12.3

4. Найдите значение производной функции $f(x) = \ln x + \sqrt[5]{x}$ в точке $x = 1$.

■12.4

5. Найдите значение производной функции $f(x) = \dfrac{\cos x}{x - 1}$ в точке $x = 0$.

■12.5

6. Найдите значение производной функции $f(x) = e^{x^2 - 4}$ в точке $x = -2$.

■12.6

7. Найдите точку минимума функции $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 15$.

■12.7

8. Найдите точку максимума функции $f(x) = x^2 - 6x + 4\ln x + 8$.

■12.8

9. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = \dfrac{42x}{\pi} - 12\sin x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$.

■12.9

10. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = (2x - 5)e^{x - \frac{3}{2}}$ на отрезке $[0; 4]$.

■12.10

11. Найдите наименьшее значение функции $y = x - \operatorname{tg} x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

■12.11

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x + 8)^3 - 3x$ на отрезке $[-7,5; 0]$.

■12.12

13. Найдите точку минимума функции $y = (x + 5)^2 e^{2-x}$.

■12.13

12.14

12.15

12.16

12.17

12.18

12.19

12.20

14. Найдите наименьшее значение функции $y=\dfrac{x^2+49}{x}$ на отрезке $[1;19]$.

15. Найдите точку максимума функции $y=\sqrt{-6+12x-x^2}$.

16. Найдите наименьшее значение функции $y=\sqrt{x^2+2x+17}$.

17. Найдите наибольшее значение функции $y=\log_2(-8+8x-x^2)+9$.

18. Найдите наибольшее значение функции $y=(x+6)^2(x-8)+9$ на отрезке $[-18;-1]$.

19. Найдите наименьшее значение функции $y=3\cos x-\dfrac{48}{\pi}x+19$ на отрезке $\left[-\dfrac{2\pi}{3};\,0\right]$.

20. Найдите наименьшее значение функции $y=5x-\ln(x+5)^5$ на отрезке $[-4{,}5;\,1]$.

Зачетные задания

12.1

12.2

12.3

12.4

12.5

12.6

12.7

1. Найдите точку минимума функции $y=\dfrac{x^3}{3}-36x+\dfrac{2}{5}$.

2. Найдите наименьшее значение функции $y=\dfrac{x^2+36}{x}$ на отрезке $[1;\,17]$.

3. Найдите точку максимума функции $y=27x-x\sqrt{x}+9$.

4. Найдите наибольшее значение функции $y=-\dfrac{2\sqrt{x^3}}{3}+12x+5$ на отрезке $[143;\,145]$.

5. Найдите точку минимума функции $y=(x+2)\cos x-\sin x$ на отрезке $(-\pi;\,0)$.

6. Найдите наибольшее значение функции $y=28\,\mathrm{tg}\,x-28x+7\pi-4$ на отрезке $\left[-\dfrac{\pi}{4};\,\dfrac{\pi}{4}\right]$.

7. Найдите точку максимума функции $y=(2x^2-16x+16)e^{x+28}$.

8. Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 39x + 39)e^{2-x}$ на отрезке $[0; 6]$.

■**12.8**

9. Найдите точку минимума функции $y = 4x - 4\ln(x + 7) + 3$.

■**12.9**

10. Найдите наибольшее значение функции $y = 9\ln(x + 8) - 9x + 12$ на отрезке $[-7{,}5; 0]$.

■**12.10**

11. Найдите точку максимума функции $y = \frac{16}{x} - x^2 + 9$.

■**12.11**

12. Найдите наименьшее значение функции $y = x^2 + \frac{25 + x^2 - x^3}{x}$ на отрезке $[1; 10]$.

■**12.12**

13. Найдите точку максимума функции $y = 11 + 6\sqrt{x} - 2x\sqrt{x}$.

■**12.13**

14. Найдите наибольшее значение функции $y = (10 - x)\sqrt{x + 2}$ на отрезке $[-1; 7]$.

■**12.14**

15. Найдите точку минимума функции $y = x\sin x + \cos x - \frac{3}{4}\sin x$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

■**12.15**

16. Найдите наибольшее значение функции $y = 2\sin x - \sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{6}\pi + 7$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

■**12.16**

17. Найдите точку максимума функции $y = (x - 6)^2 e^{x-6}$.

■**12.17**

18. Найдите наибольшее значение функции $y = (3 - x^2)e^{x-1}$ на отрезке $[0; 2]$.

■**12.18**

19. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x + 5) - 5x + 5$.

■**12.19**

20. Найдите наибольшее значение функции $y = 7 - \ln x + 5x - 2x^2$ на отрезке $\left[\frac{1}{2}; \frac{7}{6}\right]$.

■**12.20**

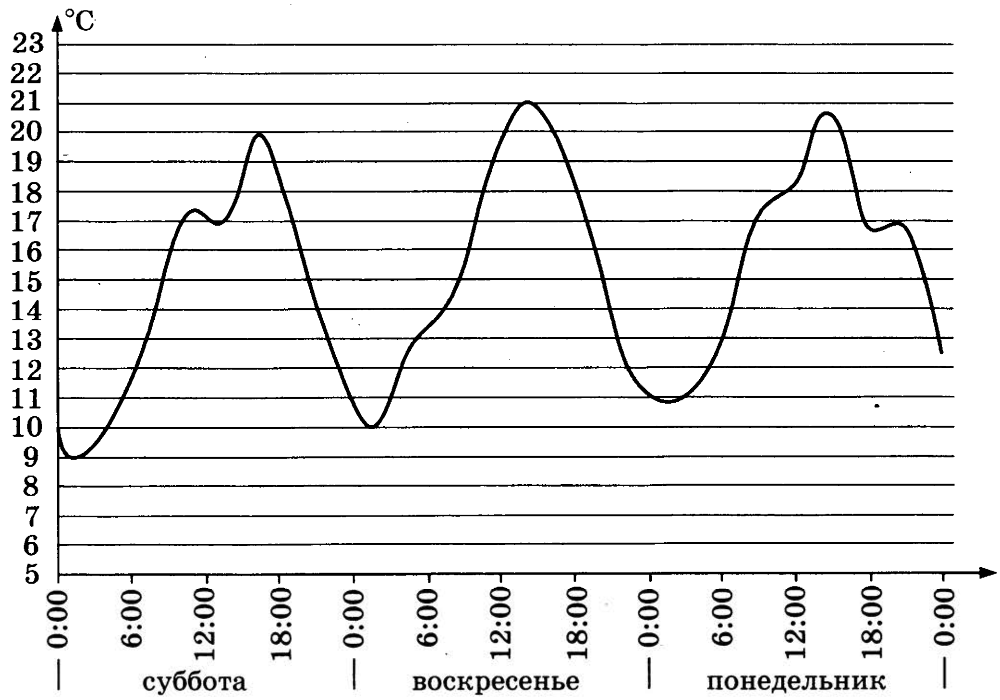
ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5

5.1

1. В школе есть двухместные туристические байдарки. Какое наименьшее число байдарок нужно взять в поход, в котором участвуют 27 человек?

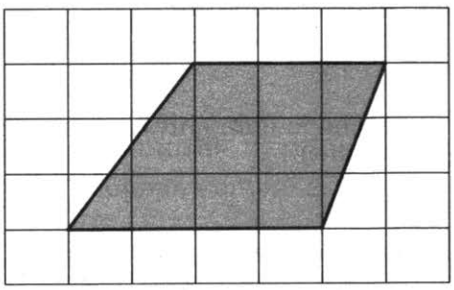
5.2

2. На графике показано изменение температуры воздуха в некотором населённом пункте на протяжении трёх суток, начиная с 0 часов субботы. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь с субботы на воскресенье. Ответ дайте в градусах Цельсия.



5.3

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



5.4

4. На соревнования по метанию диска приехали 6 спортсменов из Швейцарии, 3 из Болгарии и 6 из Австрии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что третьим будет выступать спортсмен из Болгарии.

5. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{4}}(9-5x)=-3$.

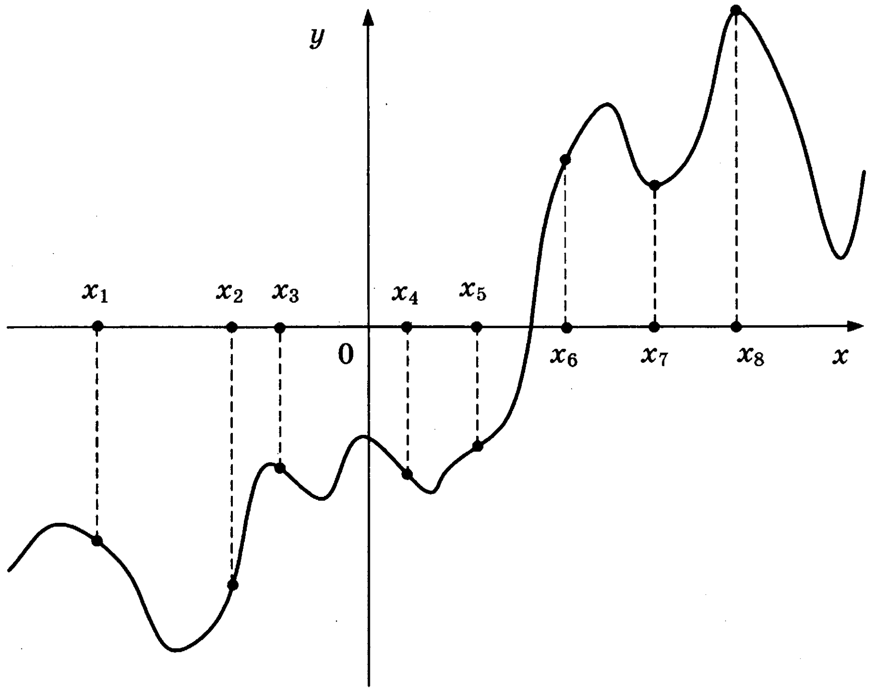
■5.5

6. Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается сторон AB, BC и AC в точках M, K и P соответственно. Найдите периметр треугольника ABC, если $AP = 5$, $BM = 6$, $CK = 7$.

■5.6

7. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и восемь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_8. Сколько из этих точек принадлежат промежуткам убывания функции?

■5.7



8. Площадь боковой поверхности конуса равна 10 см^2. Радиус основания конуса увеличили в 6 раз, а образующую уменьшили в 4 раза. Найдите площадь боковой поверхности получившегося конуса. Ответ дайте в см^2.

■5.8

9. Найдите значение выражения $133\log_{13}\sqrt[7]{13}$.

■5.9

10. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t)=at^2+bt+H_0$, где $H_0=4$ м — начальный уровень воды, $a=\frac{1}{400}$ м/мин^2, и $b=-\frac{1}{5}$ м/мин — постоянные, t — время в ми-

■5.10

нутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

5.11

11. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

5.12

12. Найдите точку минимума функции $y=\left(3x^2-21x+21\right)e^{x-21}$.

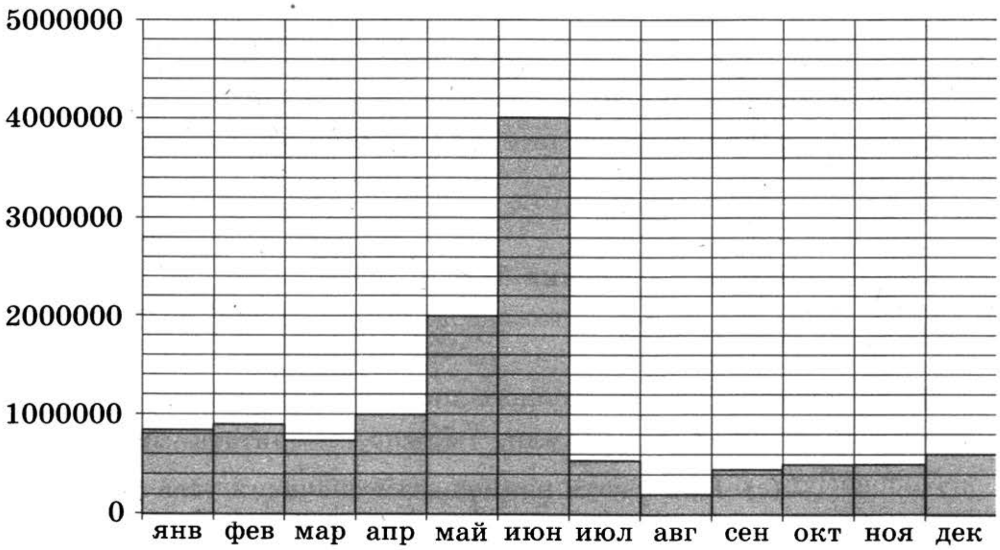
ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

1. Больному прописан курс лекарства, которое нужно принимать по 250 мг два раза в день в течение 7 дней. В одной упаковке лекарства содержится 10 таблеток по 125 мг. Какое наименьшее количество упаковок понадобится на весь курс лечения?

6.1

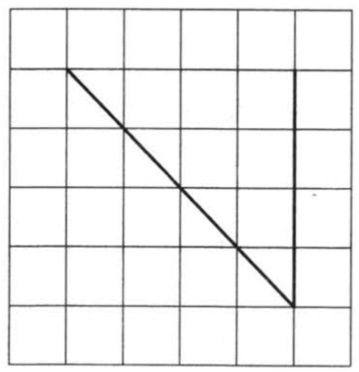
2. На диаграмме показано число запросов со словом ЕГЭ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по декабрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, во сколько раз максимальное месячное число запросов превышало минимальное месячное число запросов со словом ЕГЭ в 2009 году.

6.2



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите его градусную величину.

6.3



4. Найдите вероятность того, что при бросании двух кубиков на каждом выпадет менее 4 очков.

6.4

5. Найдите корень уравнения $5^{x+5} = 0{,}04$.

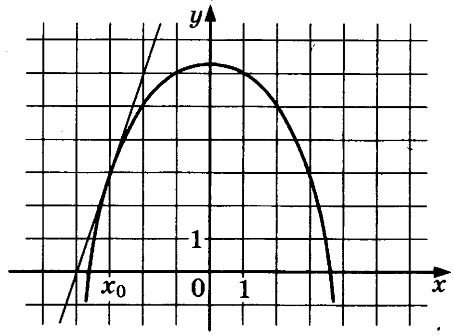
6.5

6.6 ■

6. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке M. Найдите MA, если $MB = 12$, $MC = 16$, $MD = 6$.

6.7 ■

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0.



6.8 ■

8. Конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 57.

6.9 ■

9. Найдите значение выражения $38\sqrt{6}\,\mathrm{tg}\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}$.

6.10 ■

10. Время полёта мяча, брошенного под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли, можно посчитать по формуле $t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$ (с). При каком наименьшем значении угла (в градусах) время в полёте будет не меньше 2,5 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 25$ м/с? Ускорение свободного падения g считать равным 10 м/с^2.

6.11 ■

11. Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 90 км/ч, а вторую — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

6.12 ■

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{54}{\pi}x + 6\sin x + 13$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6};\, 0\right]$.

ПОДГОТОВКА К ЧАСТИ 2 ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7

13. а) Найдите корень уравнения $3\sin^2 x + 5\sin x + 2 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2};\ 2\pi\right]$.

14. Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Расстояние между этими хордами равно $2\sqrt{197}$.

а) Постройте прямую пересечения этой плоскости с плоскостью, проходящей через диаметры оснований, перпендикулярные этим хордам.

б) Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

15. Решите неравенство $\dfrac{2-(x-6)^{-1}}{5(x-6)^{-1}-1} \le -0{,}2$.

16. Медиана AM и биссектриса CD прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B пересекаются в точке O.

а) Докажите, что $\dfrac{CO}{OD}=\dfrac{AB}{AD}$.

б) Найдите площадь треугольника ABC, если $CO=9$, $OD=5$.

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 7% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$|x - a^2 + 4a - 2| + |x - a^2 + 2a + 3| = 2a - 5$

имеет хотя бы один корень на отрезке [5; 23].

19. Найдите все пары натуральных чисел $k < n$, удовлетворяющие уравнению $\left(\sqrt{n}\right)^k = \left(\sqrt{k}\right)^n$.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8

13. а) Найдите корень уравнения $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = 3$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(\dfrac{3\pi}{2}; 3\pi\right)$.

14. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ стороны основания равны 5, а боковые рёбра равны 11.

а) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки C, A_1 и F_1.

б) Найдите расстояние от точки C до прямой A_1F_1.

15. Решите неравенство $2^x + 3 \cdot 2^{-x} \le 4$.

16. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена биссектриса AD. Из точки D параллельно основанию проведена прямая, пересекающая сторону AB в точке K.

а) Докажите, что треугольник AKD — равнобедренный.

б) Найдите длину отрезка AD, если $AC = 5$, $AB = BC = 20$.

17. В двух областях есть по 50 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 3 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

18. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$a^2+7|x+1|+5\sqrt{x^2+2x+5}=2a+3|x-4a+1|$$

имеет хотя бы один корень.

19. Десятичная запись натурального числа n должна состоять из различных (не менее двух) цифр одной четности, а само оно должно быть квадратом целого числа. Найдите все такие n.

ЗАДАЧА 13

Подготовительные задания

1. а) Найдите корень уравнения $4\sin^3 x - 3\sin x + 2\cos 2x + 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\pi;\ 0]$.

2. а) Найдите корень уравнения $\dfrac{2}{\operatorname{tg}^2(x+5\pi)} + \dfrac{1}{\sin(x-5\pi)} - 4 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\dfrac{\pi}{2};\ \dfrac{\pi}{2}\right]$.

3. а) Найдите корень уравнения $\operatorname{tg}^2 x-\dfrac{5}{\sin(4{,}5\pi-x)}+7=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\pi;\ 2\pi]$.

4. а) Найдите корень уравнения $3\cos 2x+4=5\sin\left(x-\dfrac{3\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\dfrac{\pi}{2};\ \pi\right]$.

5. а) Найдите корень уравнения $3\cos^2 x - 5\sin x - 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-3\pi; -2\pi]$.

6. а) Найдите корень уравнения $7\cos^2 x - \cos x - 8 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

7. а) Найдите корень уравнения $\left(\sqrt{2}\sin x+1\right)\left(2\sin x-3\right)=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие неравенству $\operatorname{tg} x<0$.

8. а) Найдите корень уравнения $\left(\sqrt{2}\cos x-1\right)\left(2\cos x+1\right)=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие неравенству $\sin x<0$.

9. а) Найдите корень уравнения $\frac{6}{\cos^2 x} - \frac{7}{\cos x} + 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-3\pi; -\pi]$.

10. а) Найдите корень уравнения $\left(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}\right)(2\cos x - 1) = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие неравенству $\sin x > 0$.

11. а) Найдите корень уравнения $(\operatorname{tg} x - 1)\left(\sqrt{2}\sin x + 1\right) = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие неравенству $\cos x < 0$.

12. а) Найдите корень уравнения $3\cos^2 x - 4\sin x + 4 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};\ \pi\right]$.

13. а) Найдите корень уравнения $\sqrt{2}\sin^2 x = \sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие неравенству $\cos x < 0$.

14. а) Найдите корень уравнения $2\cos^2 x + \sqrt{3}\cos x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие неравенству $\sin x < 0$.

15. а) Найдите корень уравнения $2\cos 2x - 12\cos x + 7 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Зачетные задания

1. а) Найдите корень уравнения $8\sin^2 x + 2\sin x - 3 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0; \pi]$.

2. а) Найдите корень уравнения $\frac{2\cos^3 x + 3\cos^2 x + \cos x}{\sqrt{\operatorname{ctg} x}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

3. а) Найдите корень уравнения $\frac{2\sin^3 x + \sin^2 x - \sin x}{\sqrt{\operatorname{tg} x}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

4. а) Найдите корень уравнения $\frac{5}{\operatorname{tg}^2 x}-\frac{19}{\sin x}+17=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2};\ -2\pi\right]$.

5. а) Найдите корень уравнения $\frac{\operatorname{tg}^3 x-\operatorname{tg} x}{\sqrt{-\sin x}}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$.

6. а) Найдите корень уравнения $\frac{\operatorname{ctg}^3 x-\operatorname{ctg} x}{\sqrt{\cos x}}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

7. а) Найдите корень уравнения $\frac{7}{\sin^2 x}-\frac{10}{\sin x}+3=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; \pi\right]$.

8. а) Найдите корень уравнения $\frac{6\cos^2 x+5\cos x+1}{\sqrt{\sin x}}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

9. а) Найдите корень уравнения $\frac{6\sin^3 x-\sin^2 x-\sin x}{\sqrt{\mathrm{tg} x}}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

10. а) Найдите корень уравнения $3\cos 2x + 5\sin x + 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

ЗАДАЧА 14

Подготовительные задания

1. Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равна 108, а площадь полной поверхности этой пирамиды равна 144.

а) Докажите, что плоскость SAC и плоскость, проходящая через вершину S, середину стороны AB и центр основания, пересекаются по прямой, содержащей высоту пирамиды.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью SAC.

2. Площадь основания правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равна 64.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через вершину S и середины рёбер BC и AD, содержит высоту пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды, если площадь сечения пирамиды плоскостью SAC равна 64.

3. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Расстояние между этими хордами равно $\sqrt{730}$.

а) Докажите, что эта плоскость пересекает ось цилиндра.

б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

4. Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны $5\sqrt{2}$. Точка L — середина ребра MB. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\sqrt{2}$.

а) Пусть O — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые AO и LO перпендикулярны.

б) Найдите высоту данной пирамиды.

5. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра равны 1.

а) Пусть плоскость, проходящая через точки C, C_1 перпендикулярно плоскости ACC_1, пересекает прямую AB в точке M. Докажите, что треугольник MBB_1 равнобедренный.

б) Найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1.

6. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S, все рёбра которой равны 4, точка N — середина ребра AC, точка O — центр основания пирамиды, точка P делит отрезок SO в отношении $3:1$, считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что прямая NP перпендикулярна прямой BS.

б) Найдите расстояние от точки B до прямой NP.

7. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S, все рёбра которой равны 2, точка M — середина ребра AB, точка O — центр основания пирамиды, точка F делит отрезок SO в отношении $3 : 1$, считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что прямая MF перпендикулярна прямой SC.

б) Найдите угол между плоскостью MBF и плоскостью ABC.

8. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ боковые рёбра равны 2, а стороны основания — 1.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через вершину S и середины рёбер AF и CD, перпендикулярна плоскости основания.

б) Найдите косинус угла между прямой AC и плоскостью SAF.

9. Основание прямой четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = \sqrt{31}$. Расстояние между прямыми AC и B_1D_1 равно 5.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через точку D перпендикулярно прямой BD_1, делит отрезок B_1D_1 в отношении 1 : 6.

б) Найдите косинус угла между плоскостью, проходящей через точку D перпендикулярно прямой BD_1, и плоскостью основания призмы.

10. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

а) Докажите, что сечение куба плоскостью, проходящей через центр куба перпендикулярно диагонали AC_1, является правильным шестиугольником.

б) Найдите угол между прямой AC_1 и плоскостью BCC_1.

11. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC, в котором $AB = BC = 20$, $AC = 32$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P принадлежит ребру BB_1, причём $BP : PB_1 = 1 : 3$.

а) Пусть M — середина AC. Докажите, что прямые MP и A_1C_1 перпендикулярны.

б) Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP.

12. Основание прямой четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{11}$. Расстояние между прямыми AC и B_1D_1 равно 12.

а) Пусть плоскость, проходящая через точку D перпендикулярно прямой BD_1, пересекает прямую B_1D_1 в точке M. Докажите, что $B_1D_1 : B_1M = 1 : 3$.

б) Найдите тангенс угла между плоскостью, проходящей через точку D перпендикулярно прямой BD_1, и плоскостью основания призмы.

13. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S, все рёбра которой равны 6, точка M — середина ребра BC, точка O — центр основания пирамиды, точка F делит отрезок SO в отношении $1:2$, считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что прямые FM и BC перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостью MCF и плоскостью ABC.

14. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S сторона основания равна 8. Точка L — середина ребра SC. Тангенс угла между прямыми BL и SA равен $2\sqrt{\frac{2}{5}}$.

а) Пусть O — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые BO и LO перпендикулярны.

б) Найдите площадь поверхности пирамиды.

15. Ребро SA пирамиды $SABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середины рёбер AB, AC и SA, параллельна плоскости SBC.

б) Найдите расстояние от вершины A до этой плоскости, если $SA = 2\sqrt{5}$, $AB = AC = 10$, $BC = 4\sqrt{5}$.

Зачетные задания

1. В пирамиде $SABC$ известны длины ребер: $AB = AC = SB = SC = 10$, $BC = SA = 12$.

а) Докажите, что прямая, проходящая через середины рёбер SA и BC, перпендикулярна прямой SA и прямой BC.

б) Найдите расстояние между прямыми SA и BC.

2. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC, в котором $AB = BC = 10$, $AC = 16$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P — середина ребра BB_1.

а) Пусть M — середина AC. Докажите, что прямые MP и A_1C_1 перпендикулярны.

б) Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP.

3. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

а) Докажите, что прямая B_1D перпендикулярна плоскости A_1BC_1.

б) Найдите угол между плоскостями AB_1C_1 и A_1B_1C.

4. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины ребер: $AA_1 = 5$, $AB = 12$, $AD = 8$. Точка K — середина ребра C_1D_1.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через точку B перпендикулярно прямой AK, делит отрезок AK в отношении $72 : 53$.

б) Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью ABC.

5. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ ребро основания $AB = 8\sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1 = 7$.

а) Пусть M — середина BC. Докажите, что прямые A_1M и B_1C_1 перпендикулярны.

б) Найдите тангенс угла между плоскостями BCA_1 и BB_1C_1.

6. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны длины ребер: $AA_1 = 7$, $AB = 16$, $AD = 6$. Точка K — середина ребра C_1D_1.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через точку B перпендикулярно прямой AK, делит отрезок AK в отношении $128 : 21$.

б) Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью ABC.

7. Основание прямой четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{33}$. Расстояние между прямыми A_1C_1 и BD равно $\sqrt{3}$.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через точку D перпендикулярно прямой BD_1, делит отрезок D_1B_1 в отношении $3 : 55$.

б) Найдите тангенс угла между плоскостью, проходящей через точку D перпендикулярно прямой BD_1, и плоскостью основания призмы.

8. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ ребро основания $AB = 7\sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1 = 8$.

а) Пусть M — середина BC. Докажите, что прямые A_1M и B_1C_1 перпендикулярны.

б) Найдите тангенс угла между плоскостями BCA_1 и BB_1C_1.

9. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взята точка E так, что $A_1E : EA = 3 : 1$. Точка T — середина ребра B_1C_1. Известно, что $AB = 2\sqrt{2}$, AD = 6, $AA_1 = 8$.

а) Докажите, что сечение параллелепипеда плоскостью ETD_1 является равнобедренной трапецией.

б) Найдите угол между плоскостью ETD_1 и плоскостью $A_1B_1C_1$.

10. Ребро SA пирамиды $SABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середины ребер AB, AC и SA, делит высоту пирамиды, проведенную к грани SBC, на равные отрезки.

б) Найдите расстояние от вершины A до этой плоскости, если $SA = \sqrt{5}$, $AB = AC = 5$, $BC = 2\sqrt{5}$.

ЗАДАЧА 15

Подготовительные задания

1. Решите неравенство $\frac{2x^2-8x}{x-7} \le x$.

2. Решите неравенство $1+\log_6(4-x) \le \log_6\left(16-x^2\right)$.

3. Решите неравенство $x+\dfrac{20}{x+6}\geq 6$.

4. Решите неравенство $9^{x-3}-9^{x-2}+9^{x-1}>511$.

5. Решите неравенство $4^{x-3} - 71 \cdot 2^{x-6} + 7 \le 0$.

6. Решите неравенство $\dfrac{2}{x^2 - 12x + 35} + \dfrac{3}{x^2 - 17x + 70} \le 0$.

7. Решите неравенство $2^{2x-1}-7\cdot 2^{x-1}+5\le 0$.

8. Решите неравенство $\frac{x^2-2x-1}{x-2}+\frac{2}{x-3}\le x$.

9. Решите неравенство $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 \geq 0$.

10. Решите неравенство $\log_x(x-2) \cdot \log_x(x+2) \leq 0$.

11. Решите неравенство $\log_{\frac{25-x^2}{16}} \frac{24+2x-x^2}{14} > 1$.

12. Решите неравенство $4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 4 \le 0$.

13. Решите неравенство $\log_{|x|}^2(x^2)+\log_2(x^2)\le 8$.

14. Решите неравенство:

$$\log_7\frac{3}{x}+\log_7\left(x^2-7x+11\right)\le\log_7\left(x^2-7x+\frac{3}{x}+10\right).$$

15. Решите неравенство $\log_{2-x}(x+2)\cdot\log_{x+3}(3-x)\le 0$.

Зачетные задания

1. Решите неравенство $\sqrt{x+4,2}+\dfrac{1}{\sqrt{x+4,2}}\ge\dfrac{5}{2}$.

2. Решите неравенство $9^{x-2}-37\cdot 3^{x-3}+30\le 0$.

3. Решите неравенство $x^3+6x^2+\dfrac{28x^2+2x-10}{x-5}\le 2$.

4. Решите неравенство $\log_{x-3}\left(x^2-12x+36\right)\le 0$.

5. Решите неравенство $\log_3\frac{1}{x}+\log_3\left(x^2+3x-9\right)\le\log_3\left(x^2+3x+\frac{1}{x}-10\right)$.

6. Решите неравенство $x^3+5x^2+\dfrac{28x^2+5x-30}{x-6}\le 5$.

7. Решите неравенство $\log^2_{|x+1|}(x+1)^4+\log_2(x+1)^2\le 22$.

8. Решите неравенство $\left(\log_2(x+4{,}2)+2\right)\left(\log_2(x+4{,}2)-3\right)\ge 0$.

9. Решите неравенство $\log_{5-x}\dfrac{x+2}{(x-5)^4}\ge -4$.

10. Решите неравенство $\log_{x^3-9x^2+27x-27}(9-x)\geq 0$.

ЗАДАЧА 16

Подготовительные задания

1. Две окружности пересекаются в точках A и B. Из точки C, лежащей на продолжении отрезка AB за точку B, проведены касательная CK к первой окружности, не пересекающая вторую окружность, и касательная CT ко второй окружности, не пересекающая первую окружность (K и T — точки касания). Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает дугу AKB первой окружности в точке P, а дугу ATB второй окружности — в точке H.

а) Докажите, что $CT = CK$.

б) Найдите длину отрезка KT, если $CT = 1$, а сумма дуг KP и TH равна 60°.

2. Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиус одной из которых вдвое больше радиуса другой, вписаны в угол с вершиной A. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K, пересекает стороны угла в точках B и C.

а) Докажите, что $AB = AC$.

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если $AB = \sqrt{3}$.

3. Полуокружность радиуса $\frac{2}{3}$, центр O которой лежит на гипотенузе AC прямоугольного треугольника ABC, касается его катетов AB и BC в точках P и Q соответственно.

а) Докажите, что треугольники APO и OQC подобны.

б) Найдите площадь треугольника ABC, если $OA = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

4. Четыре окружности, построенные как на диаметрах на сторонах выпуклого четырёхугольника $ABCD$, имеют общую точку, лежащую внутри четырёхугольника.

а) Докажите, что диагонали четырёхугольника $ABCD$ перпендикулярны.

б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если длина диагонали AC равна $\sqrt{2}$, а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон, перпендикулярны.

5. Радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен 12, а её центр находится в точке O. Центрами окружностей, описанных около треугольников AOB, BOC и COA, являются точки O_1, O_2 и O_3.

а) Докажите, что точка O является центром вписанной окружности треугольника $O_1O_2O_3$.

б) Найдите радиус вписанной окружности треугольника $O_1O_2O_3$.

6. Вне прямоугольного треугольника ABC на его катетах AC и BC построены квадраты $ACDE$ и $BCFG$. Продолжение медианы CM треугольника ABC пересекает прямую DF в точке N.

а) Докажите, что CN является высотой треугольника CDF.

б) Найдите отрезок CN, если $AC = 1$, $BC = 4$.

7. В треугольнике ABC известно, что $AB = BC = 4$. Медиана AM равна 3.

а) Докажите, что угол AMB тупой.

б) Найдите отрезок AC.

8. Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Биссектрисы углов A и B пересекают прямую CD в точках M и N.

а) Докажите, что $MD = CN$.

б) Найдите стороны параллелограмма, если $MN = 12$.

9. Трапеция вписана в окружность.

а) Докажите, что трапеция равнобедренная.

б) Найдите высоту трапеции, если её основания равны 14 и 40, а радиус окружности равен 25.

10. а) Докажите, что высота, опущенная на гипотенузу прямоугольного треугольника, делит треугольник на два подобных треугольника.

б) Найдите высоту прямоугольного треугольника, опущенную на гипотенузу, если известно, что основание этой высоты делит гипотенузу на отрезки, равные 1 и 4.

11. На сторонах AB и AC треугольника ABC расположены точки K и L соответственно, причём $AK : KB = 4 : 7$ и $AL : LC = 3 : 2$. Прямая KL пересекает продолжение стороны BC в точке M.

а) Докажите, что отношение площадей треугольников AKL и ABC равно $12 : 55$.

б) Найдите отношение $CM : BC$.

12. На стороне AB треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $AM = MN = NB$. Через точки M и N проведены прямые, параллельные BC, пересекающие сторону AC в точках E и F соответственно.

а) Докажите, что треугольники AME, ANF и ABC подобны.

б) Найдите площадь четырёхугольника $EMNF$, если площадь треугольника ABC равна 1.

13. Из одной точки проведены к окружности две касательные. Длина одной из касательных равна 12.

а) Докажите, что длина второй касательной также равна 12.

б) Расстояние между точками касания равно 14,4. Найдите радиус окружности.

14. Окружности радиусов 8 и 3 касаются внутренним образом. Из центра большей окружности проведена касательная к меньшей окружности.

а) Докажите, что расстояние от точки касания до центра большей окружности равно 4.

б) Найдите расстояние от этой точки касания до точки касания окружностей.

15. Окружность касается сторон угла с вершиной O в точках A и B. На этой окружности внутри треугольника AOB взята точка C. Расстояния от точки C до прямых AO и BO равны соответственно 8 и 18.

а) Докажите, что углы ABC и CAO равны.

б) Найдите расстояние от точки C до прямой AB.

Зачетные задания

1. В прямоугольном треугольнике ABC катеты AB и AC равны 4 и 3 соответственно. Точка D делит гипотенузу BC пополам.

а) Докажите, что треугольники ABD и ACD равнобедренные.

б) Найдите расстояние между центрами вписанных окружностей треугольников ABD и ACD.

2. Углы при одном из оснований трапеции равны $40°$ и $50°$.

а) Докажите, что длина отрезка, соединяющего середины оснований, равна полуразности оснований.

б) Найдите основания трапеции, если средняя линия равна 4, а отрезок, соединяющий середины оснований, равен 1.

3. Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон выпуклого четырёхугольника, равны между собой.

а) Докажите, что середины сторон этого четырёхугольника образуют прямоугольник.

б) Найдите площадь четырёхугольника, если его диагонали равны 8 и 12.

4. а) Докажите, что в равнобедренной трапеции высота, опущенная из конца меньшего основания, отсекает от большего основания отрезок, равный средней линии трапеции.

б) Диагональ равнобедренной трапеции равна 10 и образует угол 60° с основанием. Найдите среднюю линию трапеции.

5. В треугольнике ABC известно, что AM — биссектриса.

а) Докажите, что отношение перпендикуляров, опущенных на AM из точек B и C соответственно, равно $BM : MC$.

б) Найдите AM, если $AB = 8$, $AC = 6$, $\angle BAC = 60^\circ$.

6. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) из точки B проведена высота BE. На стороне BC взята точка D так, что $BD : DC = 1 : 4$.

а) Докажите, что площадь треугольника CDE в два раза больше площади треугольника ABD.

б) В каком отношении прямая AD делит высоту BE треугольника ABC, считая от вершины B?

7. Прямая, параллельная стороне, делит площадь треугольника пополам.

а) Докажите, что эта прямая делит две другие стороны треугольника в отношении $\sqrt{2}+1:1$, считая от вершины.

б) Найдите длину отрезка этой прямой, заключённого между сторонами треугольника, если сторона треугольника, параллельная этой прямой, равна 36.

8. Окружность с центром O касается двух параллельных прямых. Проведена касательная к окружности, пересекающая эти прямые в точках A и B.

а) Докажите, что угол AOB — прямой.

б) Найдите радиус окружности, если $AO = 15$, $BO = 20$.

9. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки, равные 5 и 12.

а) Докажите, что разность катетов треугольника равна 7.

б) Найдите катеты треугольника.

10. Три окружности разных радиусов попарно касаются друг друга внешним образом. Отрезки, соединяющие их центры, образуют прямоугольный треугольник.

а) Докажите, что точки касания вписанной в этот треугольник окружности с его сторонами совпадают с точками касания окружностей между собой.

б) Найдите радиус меньшей окружности, если радиусы большей и средней равны 6 и 4.

ЗАДАЧА 17

Подготовительные задания

1. В двух областях есть по 360 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,3 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно добыть в двух областях суммарно для нужд промышленности?

2. 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 3,6 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года кредитования?

3. Степан хочет взять в кредит 1,2 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет Степан может взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 290 тысяч рублей?

4. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

5. 15-го января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на пятый месяц кредитования нужно выплатить 63 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

6. 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

7. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свеклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 500 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свеклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 500 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 7000 руб. за центнер, а свеклу — по цене 9000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

8. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года кредитования нужно вернуть банку 169,5 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

9. В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 1 кг никеля. Во второй шахте имеется 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1 кг алюминия или 2 кг никеля.

Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

10. 15-го января планируется взять кредит в банке на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 17% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r.

11. В двух областях есть по 40 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,3 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно добыть в двух областях суммарно для нужд промышленности?

12. 31 декабря 2014 года Михаил взял в банке некоторую сумму в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Михаил переводит в банк 2 132 325 рублей. Какую сумму взял Михаил в банке, если он выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

13. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 24 квадратных метра и номера «люкс» площадью 60 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 672 квадратных метра. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов так, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 1500 рублей в сутки, а номер «люкс» — 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

14. 31 декабря 2014 года Пётр взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Пётр переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 2 592 000 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 4 392 000 рублей, то за 2 года. Под какой процент Пётр взял деньги в банке?

15. В начале 2001 года Алексей приобрёл ценную бумагу за 28 000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 10 000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

Зачетные задания

1. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свеклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 200 ц/га. Урожайность свеклы на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором — 300 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 7000 руб. за центнер, а свеклу — по цене 10 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

2. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 24 квадратных метра и номера «люкс» площадью 60 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 1260 квадратных метров. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов так, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 3000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 7000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

3. 1 января 2015 года Олег Владимирович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 3 процента на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 3%), затем Олег Владимирович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Олег Владимирович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тыс. рублей?

4. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года кредитования нужно вернуть банку 2799 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение второго года кредитования?

5. В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 40 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 3 кг алюминия или 2 кг никеля. Во второй шахте имеется 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 3 кг никеля.

Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

6. 31 декабря 2014 года Игорь взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Игорь переводит очередной транш. Игорь выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 580 тыс. рублей, во второй 621,5 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Игорю?

7. В начале 2001 года Алексей приобрёл ценную бумагу за 5000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 4000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

8. 15-го января планируется взять кредит в банке на 25 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на 13-й месяц кредитования нужно выплатить 100,8 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

9. 15-го января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 8% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r.

10. В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

ЗАДАЧА 18

Подготовительные задания

1. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет ровно один отрицательный корень уравнение

$$x^4 + (a-1)x^3 + x^2 + (a-1)x + 1 = 0 .$$

2. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых имеет ровно один корень уравнение $x|x+2a|+1=a$.

3. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$|x - a^2 + a + 2| + |x - a^2 + 3a - 1| = 2a - 3$$

имеет корни, но ни один из них не принадлежит интервалу (4; 19).

4. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$|x - a^2 + 4a - 2| + |x - a^2 + 2a + 3| = 2a - 5$$

имеет хотя бы один корень на отрезке [5; 23].

5. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$a^2+7|x+1|+5\sqrt{x^2+2x+5}=2a+3|x-4a+1|$$

имеет хотя бы один корень.

6. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых наибольшее значение функции $f(x)=|x-a|-x^2$ не меньше 1.

7. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $ax^2 + 4x + a = 3$ имеет более одного корня.

8. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$8x^6 + (a - x)^3 + 2x^2 = x - a$$

имеет хотя бы один корень.

9. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$a^2+11|x+2|+3\sqrt{x^2+4x+13}=5a+2|x-2a+2|$$

имеет хотя бы один корень.

10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $x^3+\left(\frac{4}{x}\right)^3+16=2a^2$ имеет единственный корень.

11. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$x + 2|x - 3| - 3|x - a - 4| = 7|x - a|$$

имеет хотя бы один корень.

12. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых любое число из отрезка $2 \leq x \leq 3$ является решением уравнения

$$|x - a - 2| + |x + a + 3| = 2a + 5.$$

13. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$7x + 3|x + a| - 2|x - 3| \geq 6$$

выполняется для любого значения $x \in [0; 7]$.

14. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых число 9 является решением неравенства $(x-9)(x-16)\sqrt{a^2 - 8a\log_8(x-8) - 9} \geq 0$, а число 16 не является решением этого неравенства.

15. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\cos 2x - 2(a+1)\cos x - 4a - 11 = 0$$

имеет корни, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a.

Зачетные задания

1. При каких a уравнение $|x^2 - 4x - 5| - 3a = |x - a| - 1$ имеет ровно три корня?

2. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых любое решение неравенства $ax^2 + (1 - a^2)x - a > 0$ принадлежит отрезку $[-2; 2]$.

3. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых любое решение неравенства $\log_2 x^2 \le \log_2(x + 2)$ является и решением неравенства $49x^2 \le 4a^4$.

4. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\sqrt{2x - a} = x - 2a$ имеет корни, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений a.

5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $1 + \sin^2 ax = \cos x$ имеет единственное решение.

6. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$(a^2-1)x^2+2(a-1)x+1>0$$

выполнено при любом значении x.

7. Найдите все значения параметра k, при каждом из которых уравнение $\frac{2(k+1)\cos t-k}{\sin t+\cos t}=2$ имеет хотя бы одно решение на отрезке $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$.

8. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$x^2 - 2a\sin(\cos x) + a^2 = 0$$

имеет единственный корень.

9. Найдите все значения x, для каждого из которых равенство

$$2\log_2\left(4 - \sqrt{7 + 2x}\right) = \log_{2+a^2x^2}(4 - 3x)$$

выполняется при любом значении параметра a.

10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множество решений неравенства $\frac{a-\left(a^2-2a-3\right)\cos x+4}{\sin^2 x+a^2+1}<1$ содержит отрезок $\left[-\frac{\pi}{3};\ \frac{\pi}{2}\right]$.

ЗАДАЧА 19

Подготовительные задания

1. Сумма делителей числа N равна 403. Найдите все такие числа N.

2. Каково наименьшее натуральное число n, такое, что $n!$ делится на 990?

3. Среднее арифметическое пятнадцати чисел равно $\frac{2}{9}$. Оказалось, что среднее арифметическое каждых четырнадцати из этих пятнадцати чисел положительно. Какое наименьшее целое значение может иметь наименьшее из данных чисел?

4. Известно, что первый, десятый и сотый члены геометрической прогрессии являются натуральными числами. Верно ли, что 99-й член этой прогрессии также является натуральным числом?

5. Решите в натуральных числах уравнение $3^x + 4^y = 5^z$.

6. Найдите хотя бы одно целочисленное решение уравнения $a^2b^2 + a^2 + b^2 + 1 = 2005$.

7. Решите в натуральных числах уравнение $x + \cfrac{1}{y + \cfrac{1}{z}} = \cfrac{10}{7}$.

8. Можно ли расставить по кругу 7 целых неотрицательных чисел так, чтобы сумма каких-то трех подряд расположенных чисел была равна 1, каких-то трех подряд расположенных — 2, ..., каких-то трех подряд расположенных — 7?

9. Найдите наименьшее натуральное число n, для которого выполнено следующее условие: если число p простое и n делится на $(p - 1)$, то n делится на p.

10. Найдите наибольшее четырёхзначное число, все цифры которого различны и которое делится на 2, 5, 9 и 11.

Зачетные задания

1. Пусть a, b и c — попарно взаимно простые натуральные числа. Найдите все возможные значения $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$, если известно. что это число — целое.

2. Найдите все натуральные числа, имеющие ровно шесть делителей, сумма которых равна 3500.

3. Числа от 1 до 37 записали в строку так, что сумма любых первых нескольких чисел делится на следующее за ними число. Какое число стоит на третьем месте, если на первом месте написано число 37, а на втором — 1?

4. Найдите все такие пары простых чисел p и q, что $p^3 - q^5 = (p + q)^2$.

5. Натуральные числа m и n таковы, что $m > n$, m не делится на n и имеет от деления на n тот же остаток, что и $m + n$ от деления на $m - n$. Найдите отношение $m : n$.

6. Существует ли такое натуральное число n, что $n^2 + n + 1$ делится на 1955?

7. Найдите корень уравнения $2x + 3y + 5z = 11$ в целых числах.

8. Решите в целых числах уравнение $x + y = x^2 - xy + y^2$.

9. Сумма модулей членов конечной арифметической прогрессии равна 250. Если все её члены увеличить на 1 или все её члены увеличить на 2, то в обоих случаях сумма модулей членов полученной прогрессии будет также равна 250. Какие значения при этих условиях может принимать величина n^2d, где d — разность прогрессии, а n — число её членов?

10. Каким может быть произведение нескольких различных простых чисел, если оно кратно каждому из них, уменьшенному на 1? Найдите все возможные значения этого произведения.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 9

13. а) Найдите корень уравнения $\dfrac{\left(\operatorname{tg}x+\sqrt{3}\right)\log_{13}\left(2\sin^2 x\right)}{\log\left(\sqrt{2}\cos x\right)}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\dfrac{\pi}{2};\ \pi\right]$.

14. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все рёбра равны 1.

а) Постройте прямую пересечения плоскости AA_1DD_1 с плоскостью, проходящей через точки D, B_1 и F_1.

б) Найдите тангенс угла между плоскостями ABC и DB_1F_1.

15. Решите неравенство $\dfrac{2x^2-10x+6}{x-5} \le x$.

16. На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC взяты соответственно точки K, L и M, причём $AK : KB = 2 : 3$, $BL : LC = 1 : 2$, $CM : MA = 3 : 1$.

а) Докажите, что площади треугольников BKL и KLM равны.

б) В каком отношении отрезок KL делит отрезок BM?

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на 35 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на 18-й месяц кредитования нужно выплатить 123,2 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

18. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $4x-\left|3x-|x+a|\right|=9|x-3|$ имеет два корня.

19. Найдите наименьшее и наибольшее натуральные значения n, при которых уравнение $(x^2 + y^2)^{2010} = x^n \cdot y^n$ имеет натуральные решения.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 10

13. а) Найдите корень уравнения $6\sin^2 x - 5\sin x - 4 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S сторона основания равна 4. Точка L — середина ребра SC. Тангенс угла между прямыми BL и SA равен $2\sqrt{\frac{2}{17}}$.

а) Пусть O — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые BO и LO перпендикулярны.

б) Найдите площадь поверхности пирамиды.

15. Решите неравенство $\log_{x+1}(x-1)\cdot\log_{x+1}(x+2)\le 0$.

16. Окружность, построенная на стороне AC треугольника ABC как на диаметре, проходит через середину стороны BC и пересекает в точке D продолжение стороны AB за точку A.

а) Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.

б) Найдите площадь треугольника ABC, если $AD=\dfrac{2}{3}AB$, $AC=1$.

17. В начале 2001 года Алексей приобрёл ценную бумагу за 15 000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 6000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

18. Найдите все неотрицательные значения параметра a, при каждом из которых множество решений неравенства $1 \le \dfrac{2a + x^2 - 4\log_{1/3}(4a^2 - 4a + 9)}{5\sqrt{18x^4 + 7x^2} + 2a + 4 + \log^2_{1/3}(4a^2 - 4a + 9)}$ состоит из одной точки, и найдите это решение.

19. Известно, что при любом целом $K \neq 27$ число $a - K^3$ делится без остатка на $27 - K$. Найдите a.

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

Ответом к заданиям части 1 (1–12) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 11

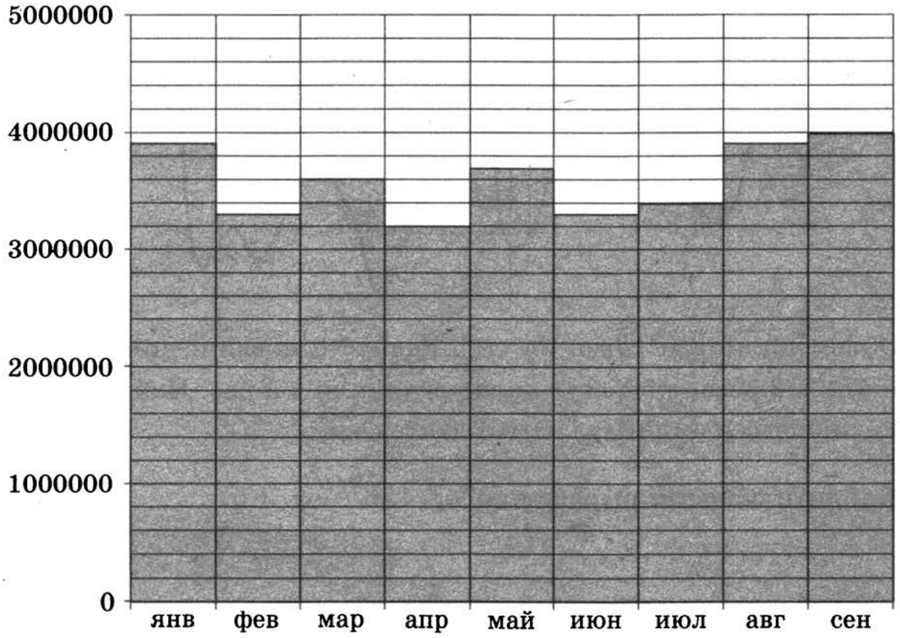
Часть 1

1. Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 2%. Книга стоит 250 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

■ 11.1

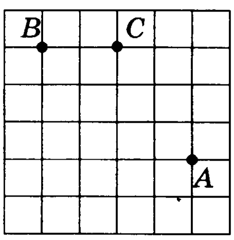
2. На диаграмме показано число запросов со словом КИНО, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме наибольшее месячное число запросов со словом КИНО в указанный период.

■ 11.2



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены точки A, B и C. Найдите расстояние от точки A до прямой BC.

■ 11.3



4. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 17 пассажиров, равна 0,85. Вероятность того, что окажется меньше 11 пассажиров, равна 0,52. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 11 до 16.

■ 11.4

11.5 ■

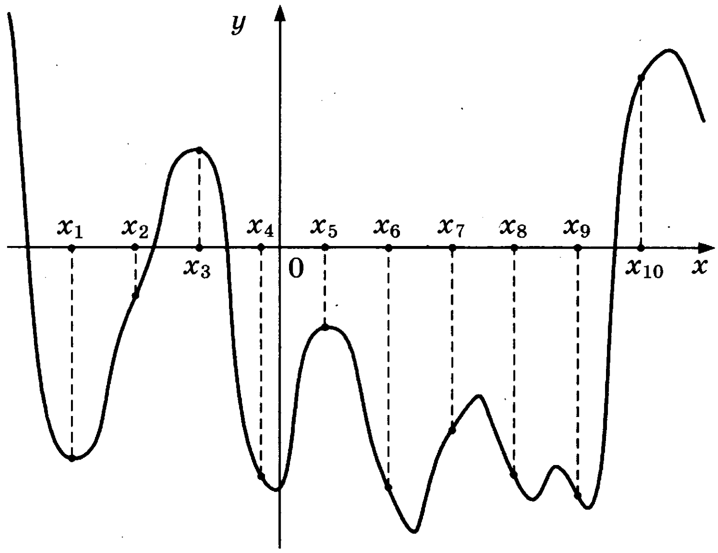
5. Найдите корень уравнения $\sqrt{x+4} = 7$.

11.6 ■

6. В прямоугольном треугольнике высота, проведённая к гипотенузе, делит прямой угол на два угла, один из которых равен 56°. Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.

11.7 ■

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_{10}. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



11.8 ■

8. Объём цилиндра равен 24 см³. Радиус основания цилиндра уменьшили в 2 раза, а образующую увеличили в 5 раз. Найдите объём получившегося цилиндра. Ответ дайте в см³.

11.9 ■

9. Найдите значение выражения $\log_6 126 - \log_6 3{,}5$.

11.10 ■

10. Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от её цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 100 - 10p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 210 тыс. руб.

11.11 ■

11. Первая труба наполняет бак объёмом 600 литров, а вторая труба — бак объёмом 900 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 3 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

11.12 ■

12. Найдите точку максимума функции $y = (2x-3)\cos x - 2\sin x + 20$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Часть 2

13. а) Найдите корень уравнения $\operatorname{tg}^2 x + 5\operatorname{tg} x + 6 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; \frac{-\pi}{2}\right]$.

14. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Расстояние между этими хордами равно $7\sqrt{10}$.

а) Постройте прямую пересечения этой плоскости с плоскостью, проходящей через диаметры оснований, перпендикулярные этим хордам.

б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

15. Решите неравенство $\log_{x+1}(x-1)\cdot\log_{x+1}(x+2)\le 0$.

16. Окружности радиусов 2 и 4 касаются в точке B. Через точку B проведена прямая, пересекающая второй раз меньшую окружность в точке A, а большую — в точке C.

а) Докажите, что $BC = 2AB$.

б) Найдите BC, если $AB = 3\sqrt{2}$.

17. 31 декабря 2014 года Леонид взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на a%), затем Леонид переводит очередной транш. Леонид выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 700 тыс. рублей, во второй 440 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Леониду?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых модуль разности корней уравнения $x^2 - 6x + 12 + a^2 - 4a = 0$ принимает наибольшее значение.

19. Последовательность $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ состоит из натуральных чисел, причём $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ при всех натуральных n.

а) Может ли выполняться равенство $4a_5 = 7a_4$?

б) Может ли выполняться равенство $5a_5 = 7a_4$?

в) При каком наибольшем натуральном n может выполняться равенство $6na_{n+1} = (n^2 + 24)a_n$?

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 12

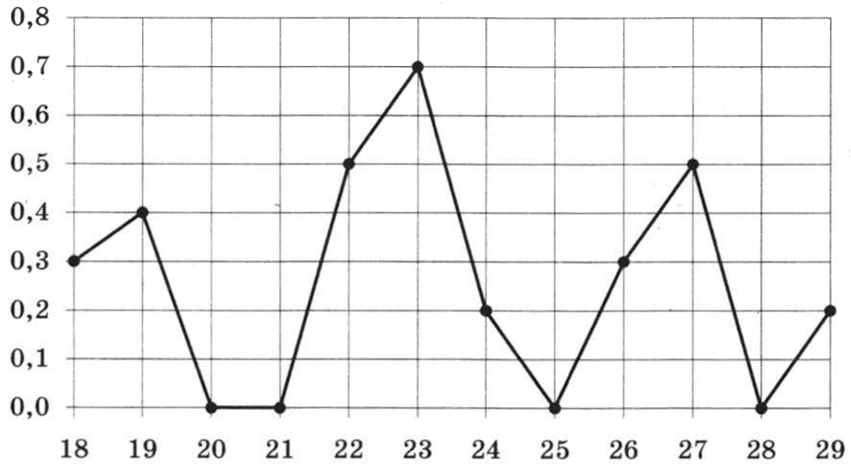
Часть 1

1. В туристический поход на 7 дней отправляется группа из 8 человек. В походе на одного человека приходится 90 граммов сахара в день. Сколько трёхкилограммовых мешков сахара нужно купить, чтобы сахара хватило на весь поход?

■12.1

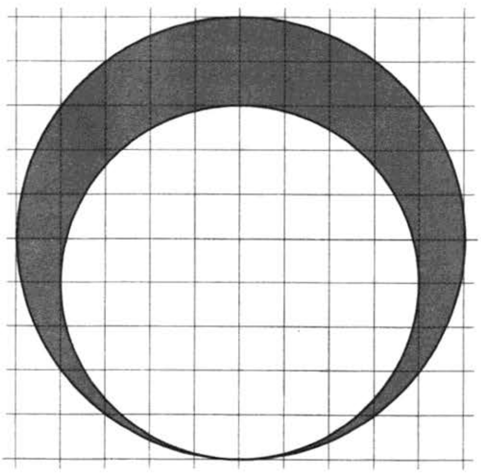
2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Якутске с 18 по 29 октября 1986 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа за данный период выпало наибольшее количество осадков.

■12.2



3. На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 16. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

■12.3



12.4

4. В каждой двадцать пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Коля покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Коля не найдёт приз в своей банке.

12.5

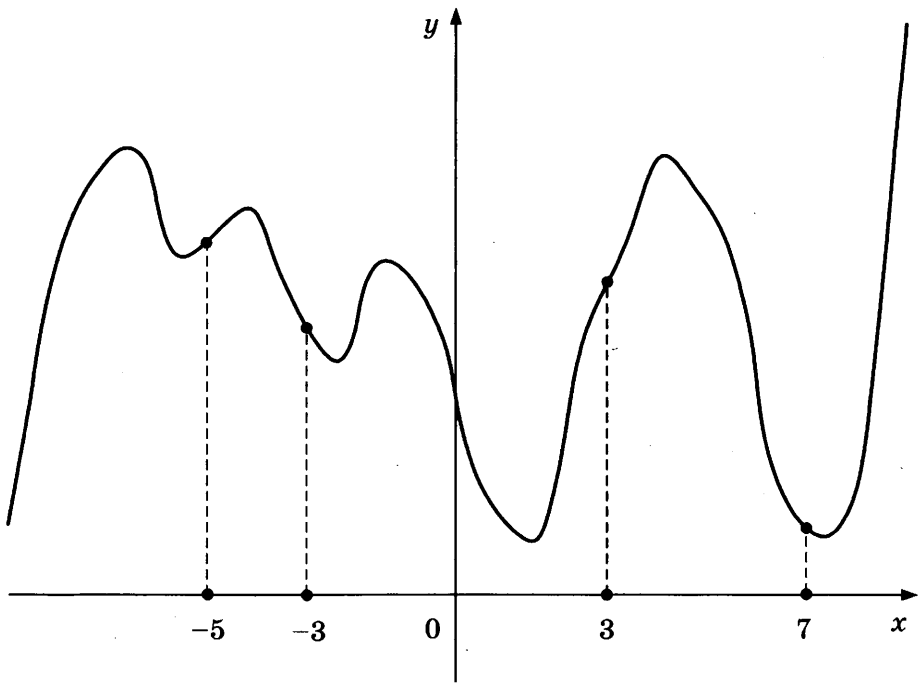
5. Найдите корень уравнения $\log_{25}(2-3x)=0{,}5$.

12.6

6. Площадь параллелограмма равна 60, две его стороны равны 20 и 40. Найдите большую высоту этого параллелограмма.

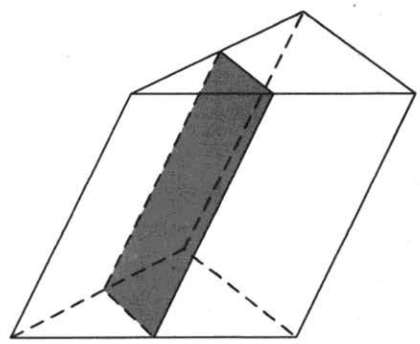
12.7

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -5, -3, 3, 7. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



12.8

8. Через среднюю линию основания треугольной призмы, объём которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём отсеченной треугольной призмы.



9. Найдите значение выражения $\frac{\left(4^{\frac{4}{7}}\cdot 7^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{28^{12}}$. **■12.9**

10. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 88$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление задаётся формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$, а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 24 Ом. Ответ выразите в омах. **■12.10**

11. Три килограмма черешни стоят столько же, сколько пять килограммов вишни, а три килограмма вишни — столько же, сколько два килограмма клубники. На сколько процентов килограмм клубники дешевле килограмма черешни? **■12.11**

12. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{1}{3}x\sqrt{x} + 4x + 11$. **■12.12**

Часть 2

13. а) Найдите корень уравнения $\dfrac{3\operatorname{ctg}^2 x + 4\operatorname{ctg} x}{5\cos^2 x - 4\cos x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; \dfrac{-3\pi}{2}\right]$.

14. Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равна 108, а площадь полной поверхности этой пирамиды равна 144.

а) Постройте прямую пересечения плоскости SAC и плоскости, проходящей через вершину S этой пирамиды, середину стороны AB и центр основания.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью SAC.

15. Решите неравенство $1-\frac{2}{|x|}\le\frac{23}{x^2}$.

16. Окружности S_1 и S_2 радиусов R и r ($R>r$) соответственно касаются внешним образом в точке A. Через точку B, лежащую на окружности S_1, проведена прямая, касающаяся окружности S_2 в точке M. Известно, что $AB=a$.

а) Докажите, что расстояние от точки B до центра окружности S_2 равно $\sqrt{r^2+a^2+\frac{a^2r}{R}}$.

б) Найдите BM.

17. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 30 квадратных метров и номера «люкс» площадью 40 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 890 квадратных метров. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 4500 рублей в сутки, а номер «люкс» — 6500 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

18. Найдите все значения параметра k, при каждом из которых уравнение $\dfrac{1+(2-2k)\sin t}{\cos t-\sin t}=2k$ имеет хотя бы одно решение на интервале $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

19. По кругу в некотором порядке по одному разу написаны числа от 10 до 21. Для каждой из двенадцати пар соседних чисел нашли их наибольший общий делитель.

а) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители равны 1?

б) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители попарно различны?

в) Какое наибольшее количество попарно различных наибольших общих делителей могло при этом получиться?

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 13

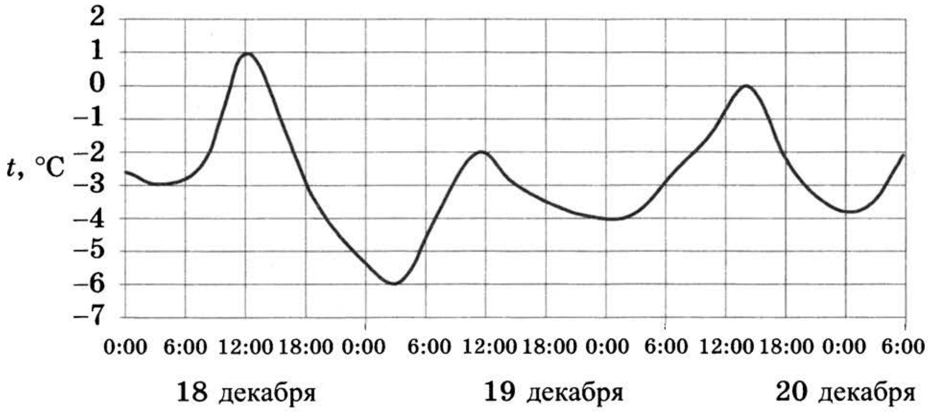
Часть 1

13.1 ■

1. В сентябре 1 кг помидоров стоил 70 рублей, в октябре помидоры подорожали на 20%, а в ноябре еще на 25%. Сколько рублей стоил 1 кг помидоров после подорожания в ноябре?

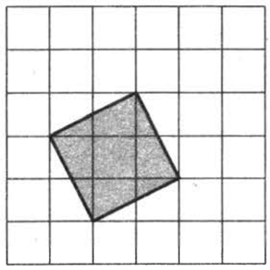
13.2 ■

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 20 декабря. Ответ дайте в градусах Цельсия.



13.3 ■

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён квадрат. Найдите его площадь.



13.4 ■

4. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 56 шашистов, среди которых 12 участников из России, в том числе Валерий Стремянкин. Найдите вероятность того, что в первом туре Валерий Стремянкин будет играть с каким-либо шашистом из России.

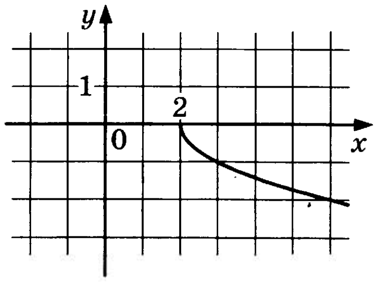
13.5 ■

5. Найдите корень уравнения $2^{5-x} = 0{,}25$.

6. Отрезок AB является хордой окружности с центром O. Найдите угол между прямой AB и касательной к окружности, проходящей через точку A, если угол AOB равен $56°$. Ответ дайте в градусах.

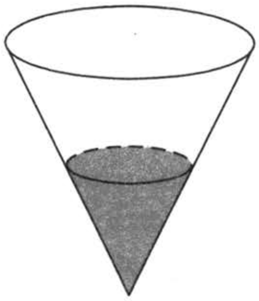
■13.6

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-1;\ 1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 3. Найдите $f'(3)$.



■13.7

8. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{4}$ высоты. Объём жидкости равен 5 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы наполнить сосуд доверху?



■13.8

9. Найдите значение выражения $\log_3 11 \cdot \log_{11} 27$.

■13.9

10. Высоту над землей (в метрах) подброшенного вверх камня можно вычислять по формуле $h(t) = 1{,}4 + 14t - 5t^2$, где t — время в секундах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 8 метров?

■13.10

11. Из пункта А круговой трассы, длина которой равна 30 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого равна 92 км/ч, скорость второго — 77 км/ч. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на 1 круг?

■13.11

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 13x - 13\operatorname{tg} x - 18$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

■13.12

Часть 2

13. а) Найдите корень уравнения $7\sin^2 x + 8\cos x - 8 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

14. Площадь основания правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равна 64.

а) Постройте прямую пересечения плоскости SAC и плоскости, проходящей через вершину S этой пирамиды, середину стороны AB и центр основания.

б) Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды, если площадь сечения пирамиды плоскостью SAC равна 64.

15. Решите неравенство $\log^2_{x+2}(x-18)^2 + 32 \le 16\log_{x+2}(36+16x-x^2)$.

16. Точка O — центр окружности радиуса 2. На продолжении радиуса OM взята точка A. Через точку A проведена прямая, касающаяся окружности в точке K. Известно, что $\angle OAK = 60^\circ$.

а) Докажите, что $AK = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в угол OAK и касающейся данной окружности внешним образом.

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

18. Найдите все значения параметра k, при каждом из которых уравнение

$\frac{2+(4-4k)\cos t}{4\cos t-\sin t}=1$ **не имеет** решений на интервале $\left(-\pi;\ -\frac{\pi}{2}\right)$.

19. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать из отрезка натурального ряда от 1 до 2009, так чтобы разность любых двух из них *не была* простой?

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 14

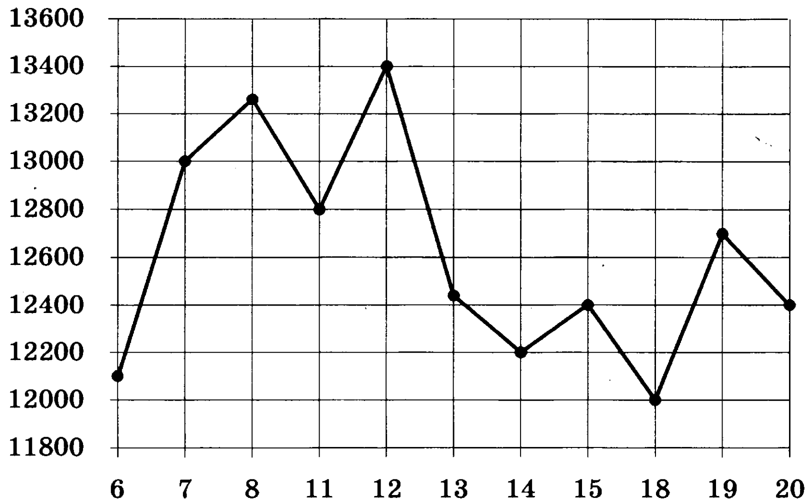
Часть 1

14.1

1. В розницу один номер еженедельного журнала «Репортаж» стоит 36 руб., а полугодовая подписка на этот журнал стоит 830 руб. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей сэкономит г-н Иванов за полгода, если не будет покупать каждый номер журнала отдельно, а оформит подписку?

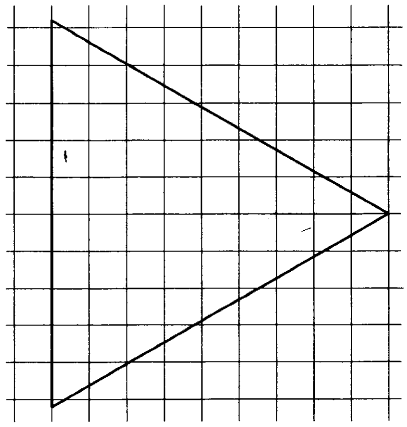
14.2

2. На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



14.3

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



4. Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Белые» по очереди играет с командами «Красные», «Синие» и «Зеленые». Найдите вероятность того, что ровно в одном матче право первой владеть мячом получит команда «Белые».

■ **14.4**

5. Найдите корень уравнения $\sqrt{x+9} = 5$.

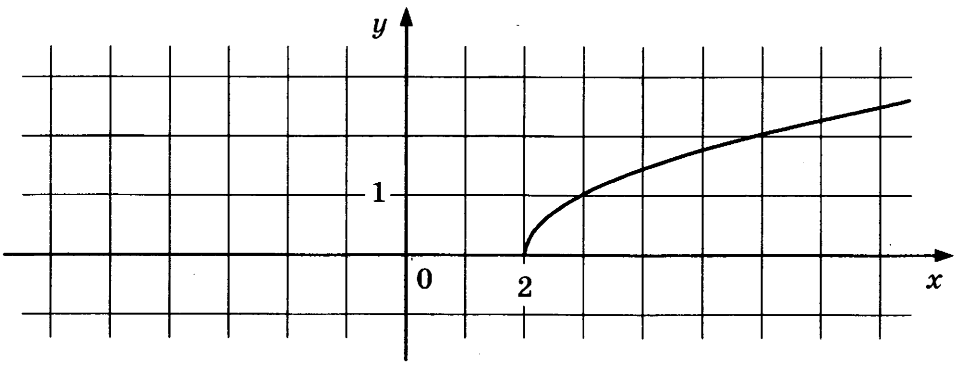
■ **14.5**

6. Диагонали трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD пересекаются в точке M. Найдите MC, если $AB = 11$, $DC = 33$, $AC = 28$.

■ **14.6**

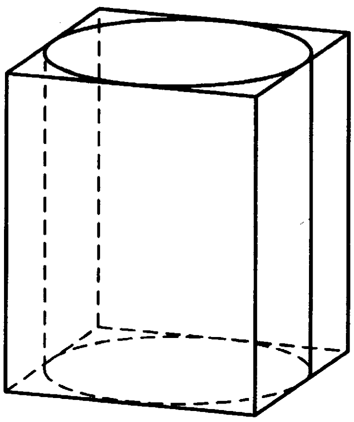
7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-6; -1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 6. Найдите $f'(6)$.

■ **14.7**



8. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 2. Объем параллелепипеда равен 80. Найдите высоту цилиндра.

■ **14.8**



9. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt[40]{5}\cdot\sqrt[24]{5}}{\sqrt[15]{5}}$.

■ **14.9**

14.10

10. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 280$ мкг изотопа железа-59, период полураспада которого $T = 45$ суток. В течение скольких суток содержание изотопа железа-59 в веществе будет превосходить 17,5 мкг?

14.11

11. Имеются два сосуда, содержащие 42 кг и 6 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 40% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 50% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

14.12

12. Найдите наименьшее значение функции $e^{2x} - 14e^{x} + 5$ на отрезке $[-1; 2]$.

Часть 2

13. а) Найдите корень уравнения $\dfrac{\log_5(-2\cos x)}{\sqrt{5\operatorname{tg} x}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\dfrac{\pi}{2};\ 2\pi\right]$.

14. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Расстояние между этими хордами равно $\sqrt{730}$.

а) Постройте прямую пересечения этой плоскости с плоскостью, проходящей через диаметры оснований, перпендикулярные этим хордам.

б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

15. Решите неравенство $\log_{2-x}(x+2)\cdot\log_{x+3}(3-x)\le 0$.

16. Дана окружность радиуса 2 с центром O. Хорда AB пересекает радиус OC в точке D, причём $\angle CDA = 120^\circ$. Известно, что $OD = \sqrt{3}$.

а) Докажите, что расстояние от O до хорды AB равно 1,5.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в угол ADC и касающейся дуги AC.

17. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свеклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 200 ц/га. Урожайность свеклы на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором — 300 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 3000 руб. за центнер, а свеклу — по цене 4000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых модуль разности корней уравнения $x^2 - 6x + 12 + a^2 - 4a = 0$ принимает наибольшее значение.

19. а) Приведите пример такого натурального числа n, что числа n^2 и $(n+24)^2$ дают одинаковый остаток при делении на 100.

б) Сколько существует трёхзначных чисел n с указанным в пункте a свойством?

в) Сколько существует двузначных чисел m, для каждого из которых существует ровно 36 трёхзначных чисел n, таких, что n^2 и $(n+m)^2$ дают одинаковый остаток при делении на 100.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 15

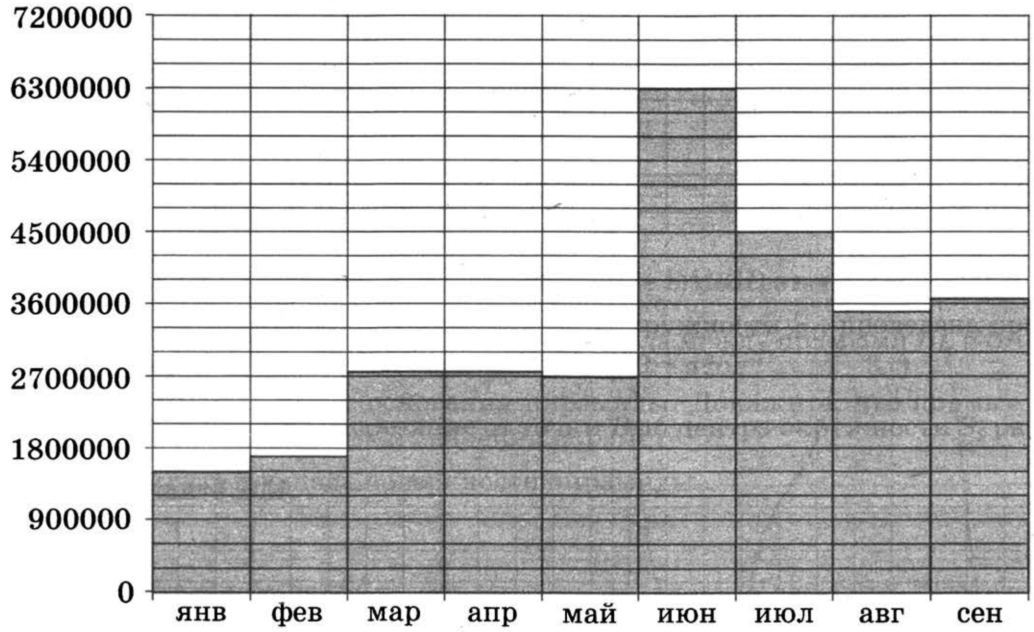
Часть 1

1. Студентами технических вузов собираются стать 18 выпускников школы. Они составляют 45% от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?

■15.1

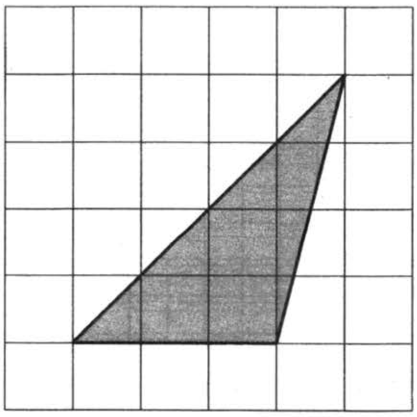
2. На диаграмме показано число запросов со словом ФУТБОЛ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в указанный период, когда число запросов со словом ФУТБОЛ было меньше 3 600 000.

■15.2



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.

■15.3



15.4 ■

4. Марина и Дина бросают кубик по одному разу. Выигрывает та девочка, у которой выпадет больше очков. Первой кубик бросила Марина, у неё выпало 3 очка. Найдите вероятность того, что Дина выиграет.

15.5 ■

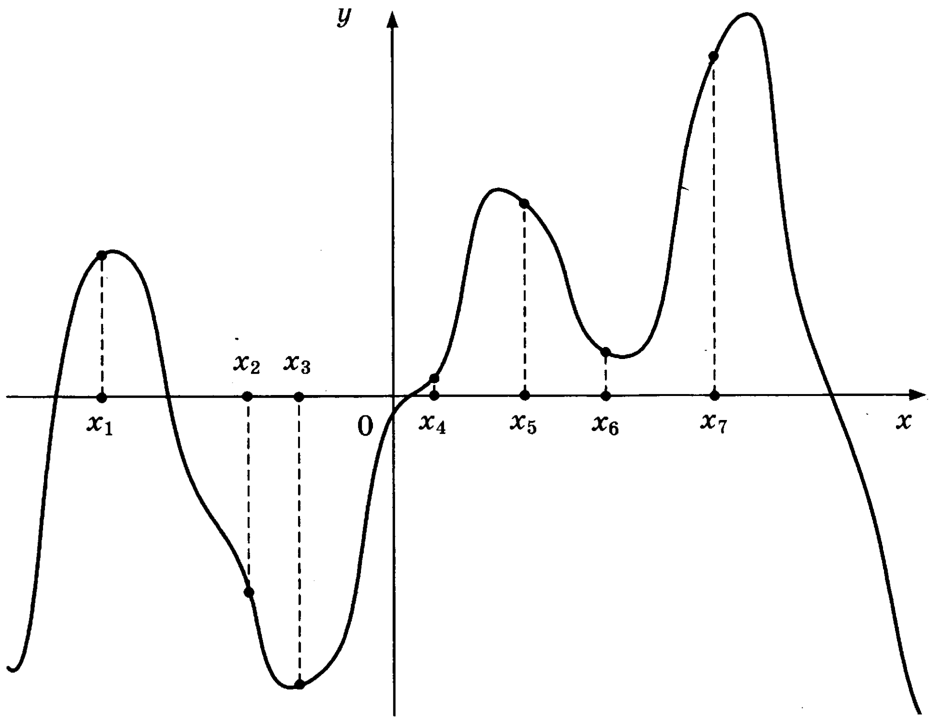
5. Найдите корень уравнения $\log_3(6-4x)=4\log_3 2$.

15.6 ■

6. Найдите площадь параллелограмма, если две его стороны равны 9 и 14, а угол между ними равен 30°.

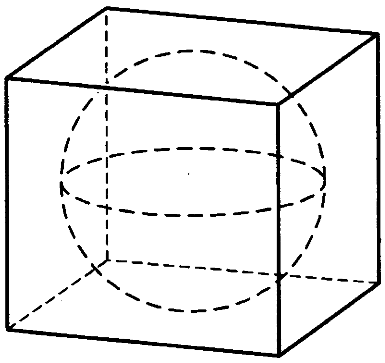
15.7 ■

7. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и семь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_7. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



15.8 ■

8. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 4. Найдите его объем.



9. Найдите значение выражения $\frac{36}{\cos^2 95° + \cos^2 185°}$.

■15.9

10. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур задается выражением $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где $T_0 = 900$ К, $a = 31$ К/мин, $b = -0{,}2$ К/мин^2. Известно, что при температурах нагревателя свыше 1550 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.

■15.10

11. Смешали 14 литров 30-процентного водного раствора некоторого вещества с 10 литрами 18-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора? Знак % в ответе не пишите.

■15.11

12. Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 9x + 9)e^{x-7}$ на отрезке [6; 8].

■15.12

Часть 2

13. а) Найдите корень уравнения $5\cos^2 x - 12\cos x + 4 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14. Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны $5\sqrt{2}$. Точка L — середина ребра MB. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\sqrt{2}$.

а) Пусть O — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые AO и LO перпендикулярны.

б) Найдите высоту данной пирамиды.

15. Решите неравенство $\dfrac{2-(x-6)^{-1}}{5(x-6)^{-1}-1} \le -0{,}2$.

16. Окружности с центрами O и B радиуса OB пересекаются в точке C. Радиус OA окружности с центром O перпендикулярен OB, причём точки A и C лежат по одну сторону от прямой OB. Окружность S_1 касается меньших дуг AC и OC этих окружностей, а также отрезка OA. Окружность S_2 касается окружности с центром B, прямой OA и окружности S_1.

а) Докажите, что прямая OA касается окружности с центром B.

б) Найдите отношение радиуса окружности S_1 к радиусу окружности S_2.

17. В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,2 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 2 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

18. Найдите все значения параметра k, при каждом из которых уравнение $\dfrac{2-(4-4k)\sin t}{\cos t-4\sin t}=1$ имеет хотя бы одно решение на отрезке $\left[-3\pi; -\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

19. Дана убывающая арифметическая прогрессия

$$a_1 = \frac{6m - m^2 - 9}{6m - m^2},\ a_2 = \frac{6m - m^2 - 12}{6m - m^2}, \ldots,\ a_n = \frac{-10}{6m - m^2},$$

которая состоит более чем из двух членов.

а) Может ли число m быть больше 8?

б) Может ли в прогрессии $a_1, a_2, \ldots, a_n$ быть ровно 5 членов?

в) Найдите все возможные значения суммы данной прогрессии.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 16

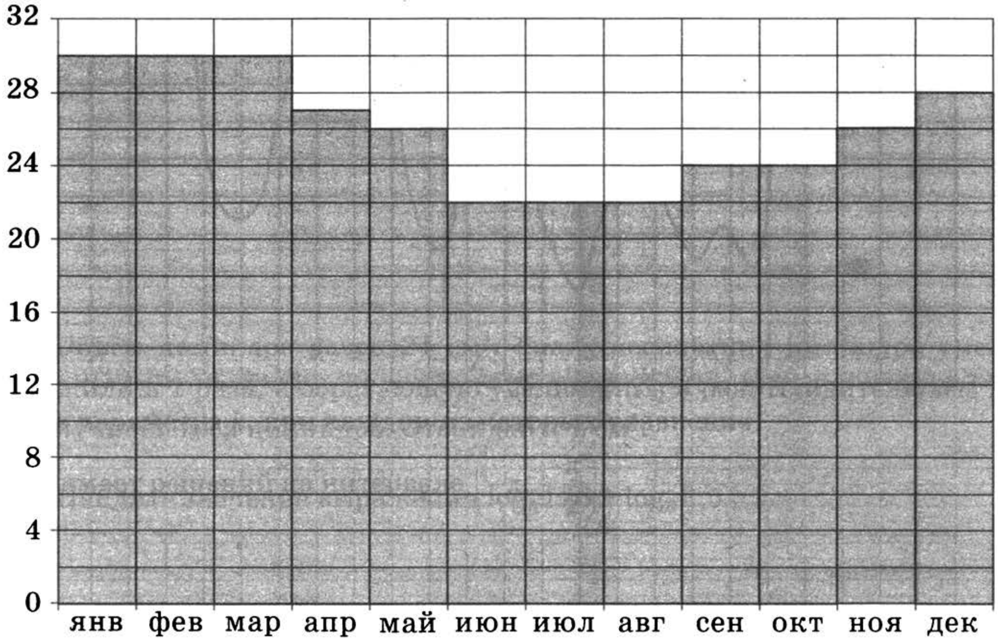
Часть 1

16.1

1. Пачка сливочного масла стоит 68 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 10%. Сколько рублей стоит пачка масла для пенсионера?

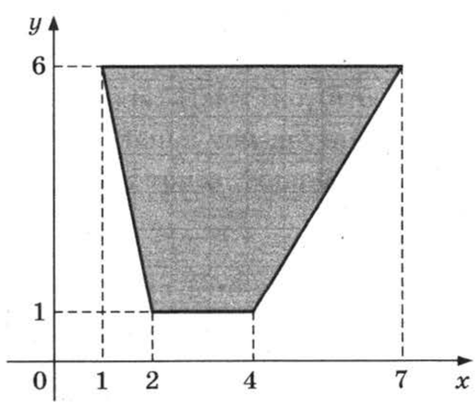
16.2

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Рио-де-Жанейро за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной температурой в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



16.3

3. Найдите площадь трапеции, вершинами которой являются точки с координатами (1; 6), (7; 6), (4; 1), (2; 1).



4. В группе по английскому языку учатся 10 школьников: Антон, Вадик, Галя, Даша, Игорь, Коля, Люда, Митя, Полина, Ярослав. В начале урока учительница произвольным образом выбирает ученика, чтобы он отвечал домашнее задание у доски. Найдите вероятность того, что к доске пойдет мальчик.

16.4

5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{36}\right)^{x-2} = 6$.

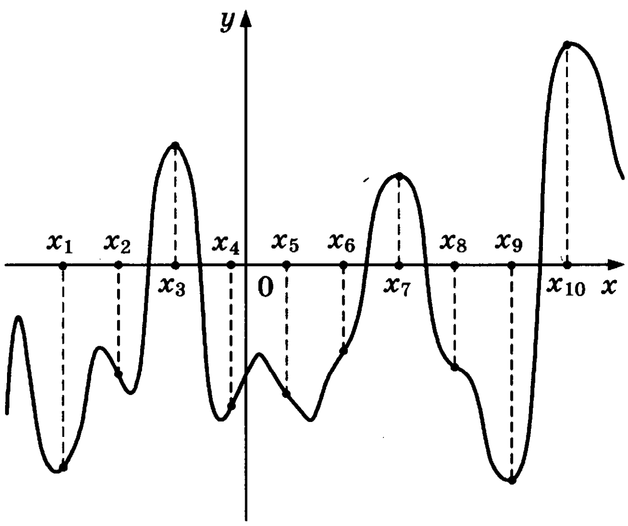
16.5

6. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 11, а одна из диагоналей ромба равна 44. Найдите величину тупого угла ромба. Ответ дайте в градусах.

16.6

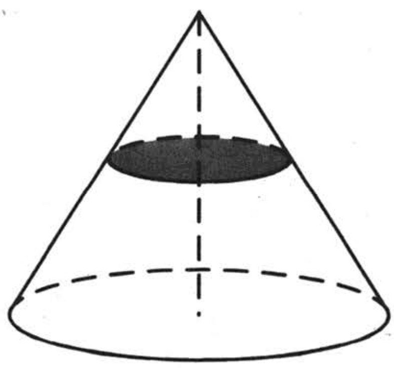
7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная $f'(x)$ функции $f(x)$ положительна?

16.7



8. Площадь полной поверхности конуса равна 84. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту пополам. Найдите площадь полной поверхности отсеченного конуса.

16.8



16.9

9. Найдите значение выражения $(558^2 - 23^2) : 581$.

16.10

10. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_п = 20\ °C$, через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой $T_в = 88\ °C$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0{,}4$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры $T(°C)$, причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_в - T_п}{T - T_п}$ (м), где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot °C}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot °C}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1{,}2$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы равна 64 м?

16.11

11. В четверг акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в пятницу подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 9% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?

16.12

12. Найдите наибольшее значение функции $y = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 3x + 19$ на отрезке [8; 21].

Часть 2

13. а) Найдите корень уравнения $6\sin^2 x + 7\cos x - 7 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi;\ -\pi\right]$.

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра равны 1.

а) Постройте прямую пересечения плоскости ABB_1 и плоскости, проходящей через точки C, C_1 перпендикулярно плоскости ACC_1.

б) Найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1.

15. Решите неравенство $2^x + 3\cdot 2^{-x} \le 4$.

16. В параллелограмме $ABCD$ известно, что $AB = 1$, $BC = 2$, $\angle A = 60^\circ$. На сторонах AB и BC как на основаниях построены вне параллелограмма равнобедренные треугольники с углами 120° при вершинах.

а) Докажите, что прямая, соединяющая вершины этих треугольников, проходит через точку B.

б) Найдите расстояние между этими вершинами.

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 0,6 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно вернуть банку в течение второго года кредитования?

18. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $27x^6+(a-2x)^3+9x^2+3a=6x$ не имеет корней.

19. В результате опроса выяснилось, что примерно 54% опрошенных предпочитают искусственную ёлку натуральной (число 54 получено с помощью округления до ближайшего целого числа).

а) Могло ли в опросе участвовать ровно 34 человека?

б) Могло ли в опросе участвовать менее 34 человек?

в) Какое наименьшее число человек могло участвовать в опросе?

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 17

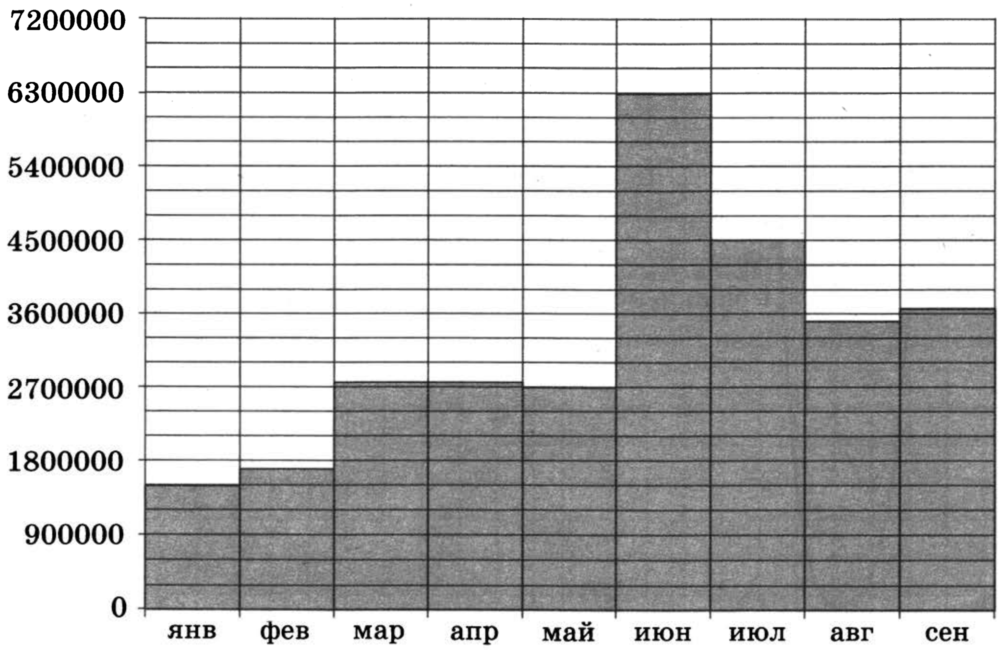
Часть 1

1. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2400 руб. До установки счётчиков Александр платил за водоснабжение ежемесячно 1500 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 800 руб. За сколько месяцев установка счётчиков окупится?

17.1

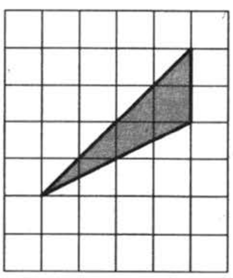
2. На диаграмме показано число запросов со словом ФУТБОЛ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме наименьшее месячное число запросов со словом ФУТБОЛ в указанный период.

17.2



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.

17.3



17.4

4. Найдите вероятность того, что при броске двух кубиков сумма очков будет делиться на 4.

17.5

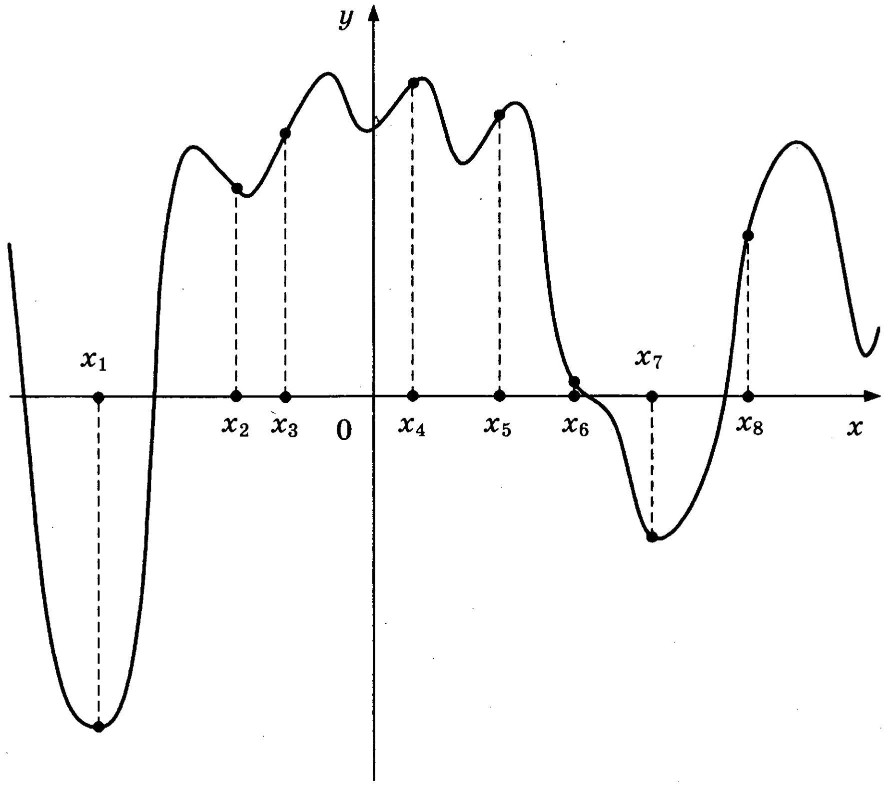
5. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+9}=6$.

17.6

6. Вершина A выпуклого четырёхугольника $ABCD$ является центром окружности, проходящей через точки B, C и D. Найдите угол BAD, если углы ABC и ADC равны соответственно 56° и 78°. Ответ дайте в градусах.

17.7

7. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и восемь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_8. Сколько из этих точек принадлежат промежуткам убывания функции $f(x)$?



17.8

8. Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 15. Найдите площадь поверхности шара.

17.9

9. Найдите значение выражения $\dfrac{\left(\sqrt{8}+\sqrt{6}\right)^2}{7+\sqrt{48}}$.

17.10

10. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = \text{const}$, где p — давление в газе в паскалях, V — объём газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным иде-

альным газом (для него $k = \frac{5}{3}$) из начального состояния, в котором $\text{const} = 2{,}916 \cdot 10^5$ Па$\cdot$м^2, газ начинают сжимать. Какой наибольший объём V может занимать газ при давлениях p не ниже $3{,}75 \cdot 10^6$ Па? Ответ выразите в кубических метрах.

11. Смешав 84-процентный и 96-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 84-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 89-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 84-процентного раствора использовали для получения смеси?

■17.11

12. Найдите наименьшее значение функции $y = x^2 - 3x + \ln x + 10$ на отрезке $\left[\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right]$.

■17.12

Часть 2

13. а) Найдите корень уравнения $12\cos^2 x - 11\cos x + 2 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-2\pi;\ -\pi]$.

14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S, все рёбра которой равны 4, точка N — середина ребра AC, точка O — центр основания пирамиды, точка P делит отрезок SO в отношении $3:1$, считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что прямая NP перпендикулярна прямой BS.

б) Найдите расстояние от точки B до прямой NP.

15. Решите неравенство $\dfrac{2x^2-8x}{x-7} \le x$.

16. Дана трапеция $ABCD$ с боковыми сторонами $AB = 27$, $CD = 28$ и основанием $BC = 5$. Известно, что $\cos\angle BCD = -\dfrac{2}{7}$.

а) Докажите, что расстояние от основания высоты, опущенной из вершины B на прямую AD, до вершины A равно 3.

б) Найдите диагональ AC.

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на 20 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$x^2 - a(a^2 + 1)x + a^4 < 0$$

имеет решение и множество решений неравенства содержится в интервале $(-3; 1)$.

19. Найдите корень уравнения в целых числах $x^2 + x + 3 = y^2$.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 18

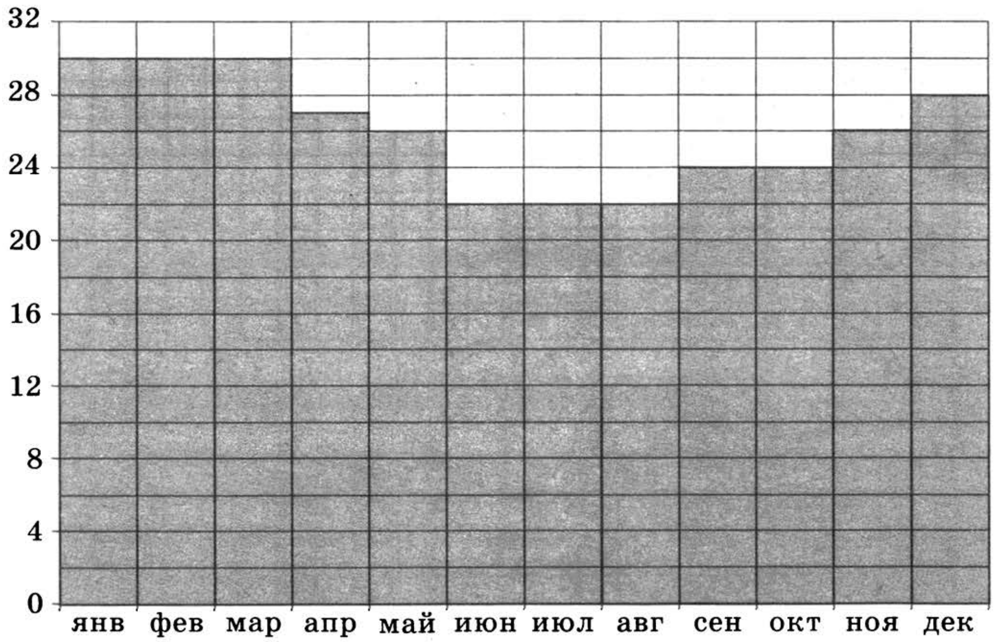
Часть 1

18.1

1. Магазин делает пенсионерам скидку на определенное количество процентов от цены покупки. Банка сока стоит в магазине 80 рублей. Пенсионер заплатил за банку сока 76 рублей. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?

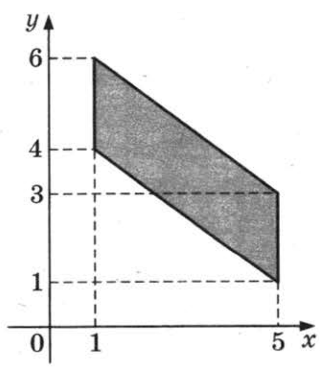
18.2

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Рио-де-Жанейро за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько в 2009 году было месяцев, когда среднемесячная температура превосходила 25 °С.



18.3

3. Найдите площадь параллелограмма, вершинами которого являются точки с координатами (1; 4), (1; 6), (5; 3), (5; 1).

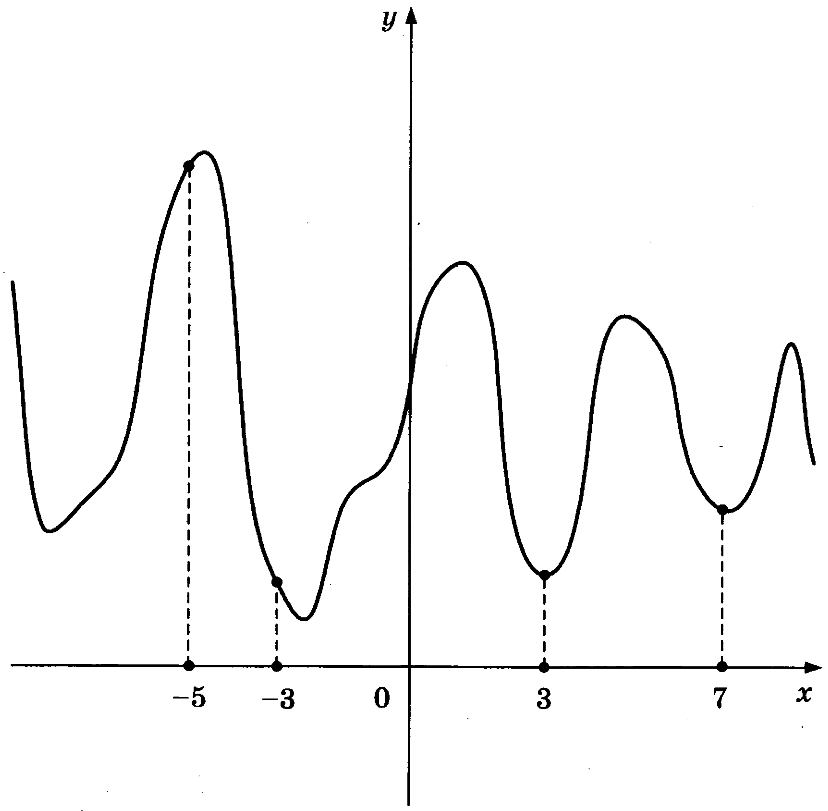


4. На турнир по шахматам прибыли 26 участников, в том числе близнецы Коля и Толя. Для проведения жеребьёвки первого тура участников случайным образом разбивают на две группы по 13 человек. Найдите вероятность того, что Коля и Толя попадут в разные группы. ■**18.4**

5. Найдите корень уравнения $\log_4(18 - 5x) = 2\log_4 3$. ■**18.5**

6. Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, периметр которого равен 18. Найдите его площадь. ■**18.6**

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -5, -3, 3, 7. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку. ■**18.7**



8. Цилиндр описан около шара. Объем цилиндра равен 15. Найдите объём шара. ■**18.8**

9. Найдите значение выражения $3 \cdot \sqrt[4]{64} \cdot \sqrt[12]{64}$. ■**18.9**

18.10

10. Два тела массой $m = 9$ кг каждое движутся с одинаковой скоростью $v = 10$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, определяется выражением $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 450 джоулей?

18.11

11. На изготовление 468 деталей первый рабочий затрачивает на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 520 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 6 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

18.12

12. Найдите точку максимума функции $y = -\dfrac{x}{x^2 + 625}$.

Часть 2

13. а) Найдите корень уравнения $3\,\mathrm{tg}^2 x - 4\,\mathrm{tg}\, x - 7 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2};\ \pi\right]$.

14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S, все рёбра которой равны 2, точка M — середина ребра AB, точка O — центр основания пирамиды, точка F делит отрезок SO в отношении $3:1$, считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что прямая MF перпендикулярна прямой SC.

б) Найдите угол между плоскостью MBF и плоскостью ABC.

15. Решите неравенство $1+\log_6(4-x)\le\log_6\left(16-x^2\right)$.

16. В прямоугольном треугольнике ABC катеты AC и BC равны соответственно 16 и 12. Проведена окружность радиусом BC с центром в точке B. К ней в точке K проведена касательная, параллельная гипотенузе. Катет BC продолжен до пересечения с проведённой касательной в точке D.

а) Докажите, что треугольники ABC и BDK подобны.

б) Определите, на какое расстояние продолжили катет.

17. 1 января 2015 года Тарас Павлович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 2 процента на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Тарас Павлович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Тарас Павлович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 220 тыс. рублей?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$4^x - (a-1)\cdot 2^{x+1} + a^2 - 4a - 5 = 0$$

имеет единственный корень.

19. В одном из заданий на конкурсе бухгалтеров требуется выдать премии сотрудникам некоторого отдела на общую сумму 600 000 рублей (размер премии каждого сотрудника — целое число, кратное 1000). Бухгалтеру дают распределение премий, и он должен их выдать без сдачи и размена, имея 100 купюр по 1000 рублей и 100 купюр по 5000 рублей.

а) Удастся ли выполнить задание, если в отделе 40 сотрудников и все должны получить поровну?

б) Удастся ли выполнить задание, если ведущему специалисту надо выдать 40 000 рублей, а остальное поделить поровну на 70 сотрудников?

в) При каком наибольшем количестве сотрудников в отделе задание удастся выполнить при любом распределении размеров премий?

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 19

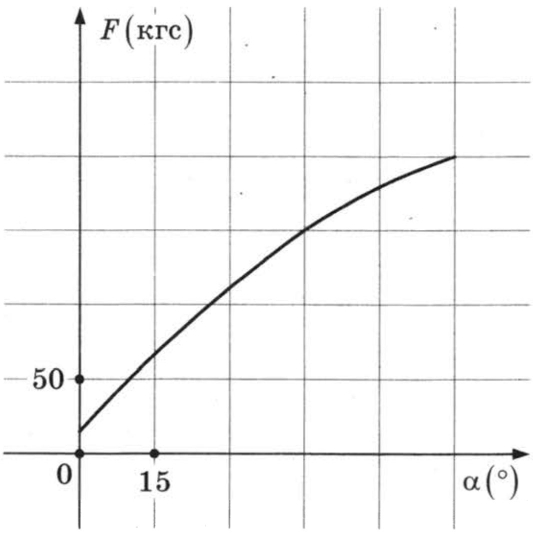
Часть 1

1. При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 1%. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Месячная плата за Интернет составляет 950 рублей. Какую минимальную сумму нужно положить в приемное устройство терминала, чтобы на счету фирмы, предоставляющей интернет-услуги, оказалась сумма, не меньшая 950 рублей?

■ 19.1

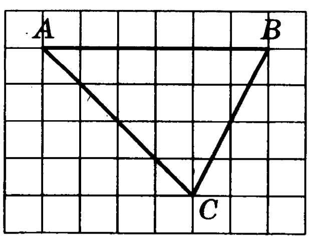
2. В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортерной ленте. При проектировании транспортера необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортера. На рисунке изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона транспортера к горизонту при расчетной нагрузке. На оси абсцисс откладывается угол подъема в градусах, на оси ординат — сила натяжения транспортерной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 150 кгс? Ответ дайте в градусах.

■ 19.2



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB.

■ 19.3



19.4

4. На чемпионате по спортивной гимнастике выступают 20 спортсменов, среди них 2 гимнастки из России и 10 гимнасток из США. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмой будет выступать гимнастка из России.

19.5

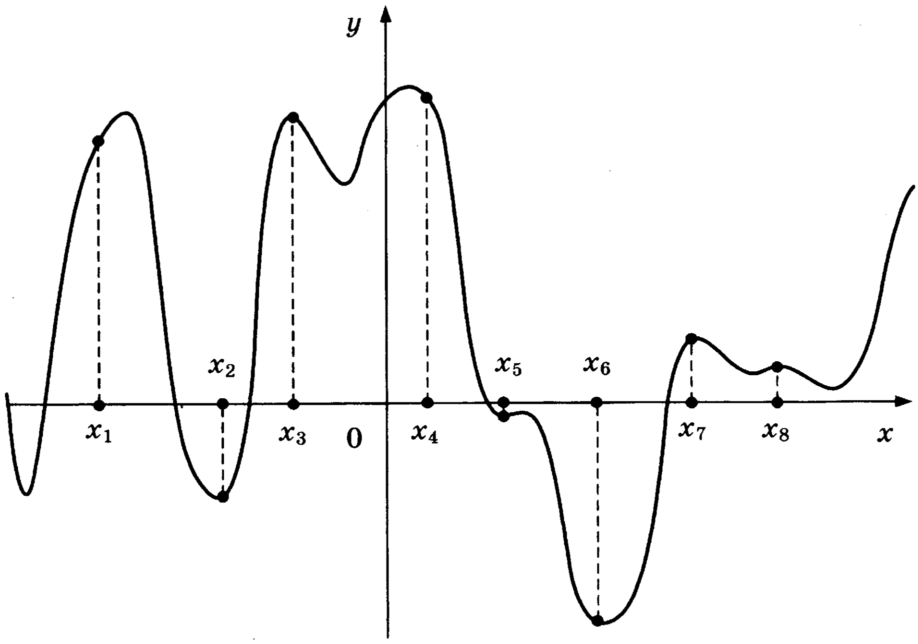
5. Найдите корень уравнения $x^2 + 3x - 10 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

19.6

6. Отрезки AB и BC являются хордами окружности с центром O. Найдите угол ACB, если угол ABO равен 23°. Ответ дайте в градусах.

19.7

7. На рисунке изображены график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, и восемь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_8. Сколько из этих точек принадлежат промежуткам возрастания функции $f(x)$?



19.8

8. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, A_1, B_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 7.

19.9

9. Найдите значение выражения $\sqrt{18} - \sqrt{72}\sin^2\frac{5\pi}{8}$.

19.10

10. Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 64 километров? Ответ выразите в метрах.

11. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 567 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 54 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

■19.11

12. Найдите наименьшее значение функции $y = (21 - x)e^{22-x}$ на отрезке [16; 25].

■19.12

Часть 2

13. а) Найдите корень уравнения $4\cos^2 x - 12\cos x + 5 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ боковые рёбра равны 2, а стороны основания — 1.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через вершину S и середины рёбер AF и CD, перпендикулярна плоскости основания.

б) Найдите косинус угла между прямой AC и плоскостью SAF.

15. Решите неравенство $\log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \le \log_3 \left(x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10 \right)$.

16. Точка B — середина отрезка AC, причём $AC = 6$. Проведены три окружности радиуса 5 с центрами A, B и C.

а) Докажите, что существует ровно шесть окружностей, касающихся всех трёх данных.

б) Найдите радиусы всех таких окружностей.

17. В двух областях есть по 250 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно добыть в двух областях суммарно для нужд промышленности?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых наибольшее значение функции $f(x)=|x-a|-x^2$ не меньше 1.

19. Геометрическая прогрессия с отрицательной суммой состоит из четырёх членов. Первый, третий и четвёртый её члены образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель данной геометрической прогрессии.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 20

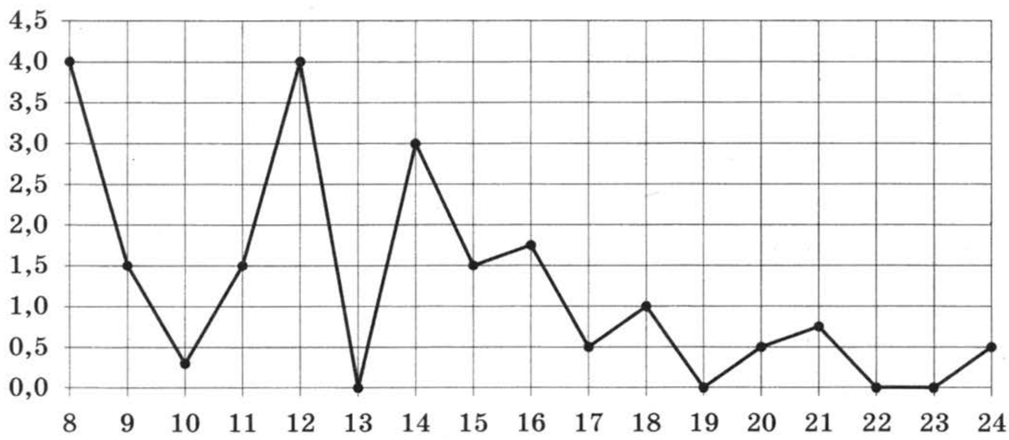
Часть 1

20.1

1. В доме, в котором живёт Галя, 17 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 3 квартиры. Галя живёт в квартире № 58. В каком подъезде живёт Галя?

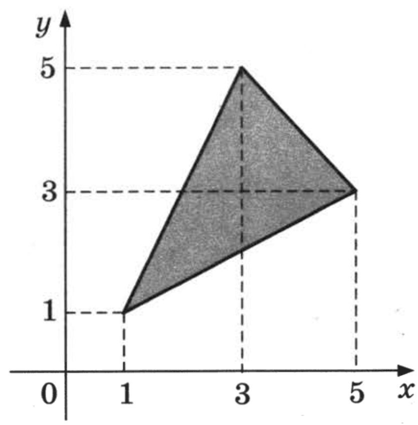
20.2

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за данный период выпадало более 2 миллиметров осадков.



20.3

3. Найдите площадь треугольника, вершинами которого являются точки с координатами (1; 1), (3; 5), (5; 3).



20.4

4. На экзамене 25 билетов, Стас не выучил 5 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный билет.

5. Найдите корень уравнения $\sqrt{\dfrac{10}{2x-8}}=\dfrac{1}{5}$.

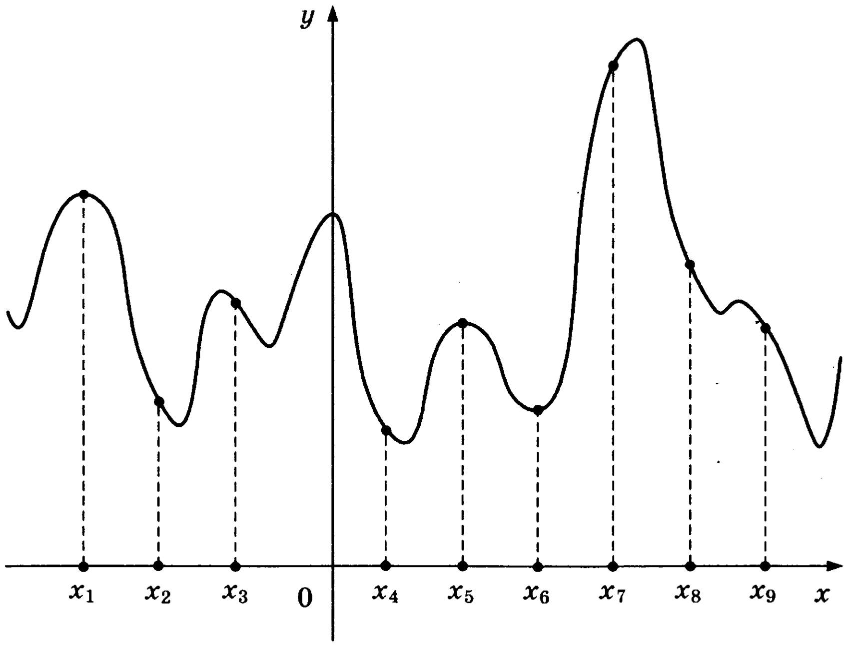
■20.5

6. Сумма трёх углов параллелограмма равна 197°. Найдите острый угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

■20.6

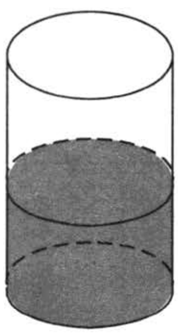
7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и девять точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_9. В скольких из этих точек производная $f'(x)$ функции $f(x)$ отрицательна?

■20.7



8. В цилиндрический сосуд налили 2100 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 20 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 5 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3.

■20.8



9. Найдите значение выражения $\dfrac{\log_5 49}{\log_5 7}$.

■20.9

20.10

10. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 65$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 20$ км/ч^2. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 35 км от города. Ответ выразите в минутах.

20.11

11. Игорь и Паша красят забор за 40 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 48 часов, а Володя и Игорь — за 60 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроём?

20.12

12. Найдите наименьшее значение функции

$$y = -12 - 8{,}5\sqrt{3}\pi + 51\sqrt{3}x - 102\sin x$$

на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Часть 2

13. а) Найдите корень уравнения $\operatorname{tg}^2 x - \dfrac{5}{\cos x} + 7 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\dfrac{\pi}{2};\ \pi\right]$.

14. Основание прямой четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = \sqrt{31}$. Расстояние между прямыми AC и B_1D_1 равно 5.

а) Постройте прямую пересечения плоскости BB_1D_1D с плоскостью, проходящей через точку D перпендикулярно прямой BD_1.

б) Найдите косинус угла между плоскостью, проходящей через точку D перпендикулярно прямой BD_1, и плоскостью основания призмы.

15. Решите неравенство $9^{x-3}-9^{x-2}+9^{x-1}>511$.

16. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны 3 и 7. На боковых сторонах AB и CD отмечены точки E и F так, что прямая EF, параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2 : 3. Прямые AB и CD пересекаются в точке M.

а) Докажите, что треугольники AMD, BMC и EMF подобны.

б) Найдите длину отрезка EF.

17. 31 декабря 2014 года Родион взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Родион переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 1 464 100 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 2 674 100 рублей, то за 2 года. Под какой процент Родион взял деньги в банке?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство $\left|\dfrac{x^2+x-2a}{x+a}-1\right|\le 2$ не имеет решений на интервале $(1;\,2)$.

19. Найдите наибольшее натуральное число, каждая некрайняя цифра которого меньше среднего арифметического соседних с ней цифр.

ОТВЕТЫ

Диагностическая работа № 1

1. 192. **2.** 0,5. **3.** 10. **4.** 0,3. **5.** –4. **6.** 94. **7.** –6,5. **8.** 8. **9.** 7. **10.** 0,8. **11.** 437. **12.** –21. **13.** а) $\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{5\pi}{2}$. **14.** $12\sqrt{2}$. **15.** $[-1-2\sqrt{6}; 0)$, $(0; 1+2\sqrt{6}]$. **16.** б) 5,25 или 47,25. **17.** 2700. **18.** $a < \frac{3-\sqrt{57}}{4}$; $a > \frac{3+\sqrt{57}}{4}$. **19.** 2500.

Диагностическая работа № 2

1. 16095. **2.** 5. **3.** 4. **4.** 0,98. **5.** 87. **6.** 17. **7.** 1,8. **8.** 35. **9.** –1. **10.** 6000. **11.** 8. **12.** 13. **13.** а) $\frac{5\pi}{6}+2\pi k$; $k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{17\pi}{6}$. **14.** 2. **15.** [2; 3), (3; 4), (4; 5). **16.** б) 5 или 30. **17.** 2332500. **18.** –2,5, –9,5. **19.** а) –3, 2, 7; б) 6; в) нет.

Диагностическая работа № 3

1. 13. **2.** 2. **3.** 8. **4.** 0,48. **5.** –9. **6.** 9. **7.** 0,25. **8.** 5. **9.** 2. **10.** 1,8. **11.** 300. **12.** 5.

Диагностическая работа № 4

1. 23. **2.** 3. **3.** 3,5. **4.** 0,375. **5.** 6. **6.** 11. **7.** 7. **8.** 42. **9.** 2. **10.** 1000. **11.** 40. **12.** 9.

Задача 1

Подготовительные задания. **1.** 12. **2.** 13. **3.** 2. **4.** 360. **5.** 11. **6.** 10. **7.** 71. **8.** 28. **9.** 11. **10.** 6. **11.** 132. **12.** 5. **13.** 6. **14.** 69. **15.** 5. **16.** 9. **17.** 8. **18.** 1. **19.** 8. **20.** 42,5.

Зачетные задания. **1.** 420. **2.** 5. **3.** 18. **4.** 60720. **5.** 2. **6.** 46. **7.** 43. **8.** 912. **9.** 62. **10.** 8. **11.** 8. **12.** 72. **13.** 9. **14.** 356. **15.** 19500. **16.** 23. **17.** 20. **18.** 82. **19.** 10. **20.** 430.

Задача 2

Подготовительные задания. **1.** 12. **2.** 20. **3.** 16. **4.** 4. **5.** 29,9. **6.** 16. **7.** 3. **8.** 1,6. **9.** 0,8. **10.** 11. **11.** 22. **12.** –14. **13.** 4. **14.** 5. **15.** 8. **16.** 4. **17.** 19. **18.** 1. **19.** 6000. **20.** 10.

Зачетные задания. **1.** 400000. **2.** 2. **3.** 4. **4.** 3. **5.** 29,6. **6.** 30,6. **7.** 15. **8.** –6. **9.** 6. **10.** 12. **11.** 400000. **12.** 2. **13.** 9. **14.** 8. **15.** –31. **16.** –19. **17.** 17. **18.** 60. **19.** 3. **20.** 90.

Задача 3

Подготовительные задания. **1.** 6. **2.** 6. **3.** 4. **4.** 3. **5.** 1. **6.** 3. **7.** 3. **8.** 1. **9.** 6. **10.** 6. **11.** 10. **12.** 4. **13.** 4. **14.** 2. **15.** 4,5. **16.** 30. **17.** 1290. **18.** 5,5. **19.** 1,5. **20.** 40,5.

Зачетные задания. **1.** 5. **2.** 7,5. **3.** 3. **4.** 135. **5.** 10. **6.** 10. **7.** 5. **8.** 1. **9.** 1,5. **10.** 6. **11.** 1. **12.** 13. **13.** 2. **14.** 4,5. **15.** 5. **16.** 30. **17.** 12. **18.** 4. **19.** 2,5. **20.** 2,5.

Задача 4

Подготовительные задания. **1.** 0,994. **2.** 0,09. **3.** 0,06. **4.** 0,2. **5.** 0,5. **6.** 0,28. **7.** 0,6. **8.** 0,35. **9.** 0,13. **10.** 0,25. **11.** 0,5. **12.** 0,4. **13.** 0,14. **14.** 0,35. **15.** 0,2. **16.** 0,064. **17.** 0,4. **18.** 0,5. **19.** $\frac{2}{3}$. **20.** 0,52.

Зачетные задания. **1.** 0,0204. **2.** 0,95. **3.** 0,45. **4.** 0,3. **5.** 0,975611. **6.** 0,064. **7.** 0,9409. **8.** 0,42. **9.** 0,25. **10.** 0,077. **11.** 0,5. **12.** 0,5. **13.** 0,16. **14.** 0,95. **15.** 0,25. **16.** 0,3. **17.** 0,25. **18.** 0,1. **19.** 0,5. **20.** 0,48.

Задача 5

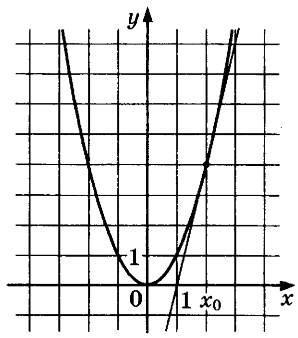
Подготовительные задания. **1.** 0,5. **2.** −1. **3.** 4. **4.** 0,25. **5.** 28. **6.** −2,875. **7.** 1,5. **8.** −21. **9.** 724. **10.** 38. **11.** 3,75. **12.** −9. **13.** −32. **14.** 102. **15.** 0,25. **16.** 1. **17.** 5. **18.** −4. **19.** −3. **20.** 39.
Зачетные задания. **1.** 5,25. **2.** 0,5. **3.** 7. **4.** 2. **5.** 2. **6.** −22,4. **7.** 23. **8.** −1. **9.** −12. **10.** 0,25. **11.** −0,5. **12.** −10. **13.** −8. **14.** −10. **15.** −4. **16.** 5. **17.** 1. **18.** −2. **19.** 8. **20.** 5.

Задача 6

Подготовительные задания. **1.** 10. **2.** 28. **3.** 8,5. **4.** 90. **5.** 45. **6.** 105. **7.** 26. **8.** 35. **9.** 34. **10.** 2. **11.** 33. **12.** 9,5. **13.** 18. **14.** 118. **15.** 26. **16.** 15. **17.** 49. **18.** 96. **19.** 3. **20.** 240.
Зачетные задания. **1.** 30. **2.** 82. **3.** 23. **4.** 5. **5.** 17. **6.** 48. **7.** 150. **8.** 6. **9.** 24. **10.** 21. **11.** 73. **12.** 66. **13.** 11. **14.** 22. **15.** 67. **16.** 72. **17.** 121. **18.** 6. **19.** 60. **20.** 74.

Задача 7

Подготовительные задания
1. 7. **2.** 0,5. **3.** 12. **4.** 1. **5.** 2. **6.** 3. **7.** 2. **8.** −2. **9.** 12. **10.** 4. **11.** См. рис. **12.** −1. **13.** −2. **14.** 3. **15.** 2. **16.** 3. **17.** 4,5. **18.** 3. **19.** 5. **20.** 4,5.
Зачетные задания
1. 4,5. **2.** −3. **3.** 6. **4.** 4. **5.** 4. **6.** 4. **7.** 0,25. **8.** 5. **9.** −17. **10.** 11,1. **11.** 1. **12.** 4. **13.** −3. **14.** 7. **15.** 10. **16.** −2. **17.** 4. **18.** 0. **19.** 5. **20.** 8.



Задача 8

Подготовительные задания. **1.** 19683. **2.** 1. **3.** 2175. **4.** 6. **5.** 180. **6.** 10. **7.** 51. **8.** 7. **9.** 1,5. **10.** 8,5. **11.** 72. **12.** 21. **13.** 40. **14.** 15. **15.** 46. **16.** 105. **17.** 198. **18.** 45. **19.** 60. **20.** 42.
Зачетные задания. **1.** 1. **2.** 1. **3.** 70,5. **4.** 4. **5.** 16. **6.** 74. **7.** 30. **8.** 3. **9.** 29. **10.** 21. **11.** 25. **12.** 17. **13.** 1,2. **14.** 16. **15.** 54. **16.** 12. **17.** 78. **18.** 104. **19.** 0,6. **20.** 60.

Задача 9

Подготовительные задания. **1.** −8. **2.** 4. **3.** 2. **4.** −10. **5.** 8. **6.** 2. **7.** 125. **8.** 5. **9.** 10. **10.** 0,04. **11.** 270. **12.** −2,5. **13.** 3. **14.** 1,6. **15.** 360. **16.** 3. **17.** −0,8. **18.** 0,7. **19.** −12. **20.** −3,64.
Зачетные задания. **1.** 7. **2.** 3. **3.** 986. **4.** 6. **5.** 1. **6.** 2. **7.** 56. **8.** 25. **9.** 27. **10.** 5. **11.** 7. **12.** −1,5. **13.** 3. **14.** 1. **15.** 0. **16.** 90. **17.** 8. **18.** −28. **19.** 5. **20.** 0,2.

Задача 10

Подготовительные задания. **1.** 5000. **2.** 200. **3.** 0,31. **4.** 76. **5.** 151. **6.** 5,64. **7.** 30. **8.** 8. **9.** 90. **10.** 30. **11.** 3. **12.** 27,5. **13.** 10,4. **14.** 375. **15.** 10000. **16.** 380. **17.** 2,2. **18.** 60. **19.** 3,4. **20.** 48.
Зачетные задания. **1.** 60. **2.** 1. **3.** 20. **4.** 6,8. **5.** 0,512. **6.** 33. **7.** 2,5. **8.** 25. **9.** 60. **10.** 0,5. **11.** 25. **12.** 8. **13.** 2,5. **14.** 50. **15.** 2. **16.** 4000. **17.** 40. **18.** 15. **19.** 6250. **20.** 45.

Задача 11

Подготовительные задания. **1.** 560. **2.** 18. **3.** 200. **4.** 25. **5.** 123. **6.** 2,4. **7.** 60. **8.** 8. **9.** 72. **10.** 10. **11.** 4. **12.** 72. **13.** 96. **14.** 10. **15.** 16. **16.** 3. **17.** 3. **18.** 300. **19.** 70. **20.** 6.

Зачетные задания. **1.** 27. **2.** 9. **3.** 2. **4.** 360. **5.** 63. **6.** 4. **7.** 45. **8.** 4. **9.** 15. **10.** 2560000. **11.** 3. **12.** 30. **13.** 50. **14.** 16. **15.** 75. **16.** 10. **17.** 20. **18.** 20. **19.** 100. **20.** 18.

Задача 12

Подготовительные задания. **1.** $4x^3-6x+2$. **2.** 6. **3.** 3. **4.** 1,2. **5.** −1. **6.** −4. **7.** 1. **8.** 1. **9.** 1. **10.** −2. **11.** 4. **12.** 21. **13.** −5. **14.** 14. **15.** 6. **16.** 4. **17.** 12. **18.** 9. **19.** 22. **20.** −20.

Зачетные задания. **1.** 6. **2.** 12. **3.** 324. **4.** 581. **5.** −2. **6.** 24. **7.** 0. **8.** −35. **9.** −6. **10.** 75. **11.** −2. **12.** 10. **13.** 1. **14.** 16. **15.** 0,75. **16.** 8. **17.** 4. **18.** 2. **19.** −4,8. **20.** 10.

Диагностическая работа № 5

1. 14. **2.** 10. **3.** 10,5. **4.** 0,2. **5.** −11. **6.** 36. **7.** 5. **8.** 15. **9.** 19. **10.** 40. **11.** 75. **12.** 5.

Диагностическая работа № 6

1. 3. **2.** 20. **3.** 45. **4.** 0,25. **5.** −7. **6.** 8. **7.** 3. **8.** 171. **9.** 114. **10.** 30. **11.** 72. **12.** 13.

Диагностическая работа № 7

13. а) $-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \ (-1)^{m+1}\arcsin\frac{2}{3}+\pi m,\ \ n, m\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{3\pi}{2},\ \ 2\pi-\arcsin\frac{2}{3},\ \ \pi+\arcsin\frac{2}{3}$. **14.** 14. **15.** $(-\infty;6);\ (11;+\infty)$. **16.** б) $\frac{1323}{20}$. **17.** 2. **18.** $4\le a\le 7$. **19.** $k=2,\ n=4$.

Диагностическая работа № 8

13. а) $\frac{\pi n}{2}, n\in\mathbb{Z}$; б) $2\pi;\frac{5\pi}{2}$. **14.** 14. **15.** $[0;\log_2 3]$. **16.** б) 6. **17.** 120. **18.** $[7-\sqrt{39};7+\sqrt{39}]$; $[-5-\sqrt{15};-5+\sqrt{15}]$. **19.** 64 и 6084.

Задача 13

Подготовительные задания. **1.** а) $\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \pm\frac{\pi}{3}+\pi k;\ n, k\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}$. **2.** а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ \frac{5\pi}{6}+2\pi k,$ $-\arcsin\frac{2}{3}+2\pi m,\ \pi+\arcsin\frac{2}{3}+2\pi l;\ n, k, m, l\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{6}, -\arcsin\frac{2}{3}$. **3.** а) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ \ \pm\arccos\frac{1}{3}+2\pi k;$ $n, k\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{3}, 2\pi-\arccos\frac{1}{3}$. **4.** а) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ \pm\arccos\frac{1}{3}+2\pi k;\ n, k\in\mathbb{Z}$; б) $\pm\frac{\pi}{3},\ \ \pm\arccos\frac{1}{3}$. **5.** а) $\arcsin\frac{1}{3}+2\pi n,\ \pi-\arcsin\frac{1}{3}+2\pi k;\ n, k\in\mathbb{Z}$; б) Уравнение не имеет корней, принадлежащих указанному отрезку. **6.** а) $\pi+2\pi n;\ n\in\mathbb{Z}$; б) -3π. **7.** а) $-\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ -\frac{3\pi}{4}+2\pi k;\ n, k\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$. **8.** а) $\pm\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ \pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k;\ n, k\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ -\frac{2\pi}{3}+2\pi k;\ n, k\in\mathbb{Z}$. **9.** а) $2\pi n;$ $n\in\mathbb{Z}$; б) -2π. **10.** а) $\frac{2\pi}{3}+\pi n,\ \frac{\pi}{3}+2\pi k;\ n, k\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ \frac{\pi}{3}+2\pi k;\ n, k\in\mathbb{Z}$. **11.** а) $\frac{\pi}{4}+\pi n,$

$-\frac{\pi}{4}+2\pi k;\ n,k\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{4}+2\pi n;\ n\in\mathbb{Z}$. **12.** а) $\frac{\pi}{2}+2\pi n;\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$. **13.** а) $\pi n,\ \frac{\pi}{4}+2\pi k,\ \frac{3\pi}{4}+2\pi l;\ n,k,l\in\mathbb{Z}$; б) $\pi+2\pi n,\ \frac{3\pi}{4}+2\pi l;\ n,l\in\mathbb{Z}$. **14.** а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ \pm\frac{5\pi}{6}+2\pi k;\ n,k\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ -\frac{5\pi}{6}+2\pi k;\ n,\ k\in\mathbb{Z}$. **15.** а) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}$.

Зачетные задания. **1.** а) $(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n,\ (-1)^{k+1}\arcsin\frac{3}{4}+\pi k;\ n,k<\mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$. **2.** а) $-\frac{2\pi}{3}+2\pi n;\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{2\pi}{3}$. **3.** а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{13\pi}{6}$. **4.** а) $(-1)^n\arcsin\frac{1}{3}+\pi n;\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-3\pi-\arcsin\frac{1}{3}$. **5.** а) $-\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ -\frac{3\pi}{4}+2\pi k;\ n,k\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$. **6.** а) $\pm\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{4}$. **7.** а) $\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$. **8.** а) $\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ \pi-\arccos\frac{1}{3}+2\pi k;\ n,k\in\mathbb{Z}$; б) Уравнение не имеет корней, принадлежащих указанному отрезку. **9.** а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ \pi+\arcsin\frac{1}{3}+2\pi k;\ n,k\in\mathbb{Z}$; б) $\arcsin\frac{1}{3}+\frac{\pi}{6}$. **10.** а) $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{6}+\pi n,\ n,k\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{17\pi}{6}, \frac{-13\pi}{6}$.

Задача 14

Подготовительные задания. **1.** 36 см. **2.** 192. **3.** $\operatorname{arctg}\frac{21}{17}$. **4.** 5. **5.** $\frac{1}{4}$ см. **6.** 2. **7.** $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}}{2}$. **8.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **9.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **10.** $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}}{2}$. **11.** 0,5. **12.** 0,5. **13.** $\operatorname{arctg}\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **14.** 192. **15.** 2.

Зачетные задания. **1.** $2\sqrt{7}$. **2.** 4. **3.** $\frac{\pi}{3}$. **4.** 2. **5.** $\frac{12}{7}$. **6.** $\frac{10}{7}$. **7.** 1,2. **8.** $\frac{21}{16}$. **9.** б) $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{17}}{2\sqrt{2}}$. **10.** 1.

Задача 15

Подготовительные задания. **1. 1.** $(-\infty;0],[1;7)$. **2.** $[2;4)$. **3.** $(-6;-4],[4;+\infty)$. **4.** $(3+\log_9 7;+\infty)$. **5.** $[\log_2 7;6]$. **6.** $(5;7),(7;10)$. **7.** $[1;\log_2 5]$. **8.** $(-\infty;1],(2;3)$. **9.** $(-\infty;2],[3;+\infty)$. **10.** $(2;3]$. **11.** $(-4;-3),(-1;3)$. **12.** $[-2;2]$. **13.** $[-4;-1),(-1,0),(0,1),(1;4]$. **14.** $(-\infty;0),\left[2;\frac{7-\sqrt{5}}{2}\right),[5;+\infty)$. **15.** $(-2;-1]\cup(1;2)$.

Зачетные задания. **1.** $(-4,2;-3,95],[-0,2;+\infty)$. **2.** $[\log_3 30;4]$. **3.** $(-\infty;-2];0;[1;5]$. **4.** $(3;4),[5;6),(6;7]$. **5.** $[2;+\infty)$. **6.** $(-\infty;-1],0,[2;6)$. **7.** $[-9;-2),(-2,-1),(-1,0),(0;7]$. **8.** $(-4,2;-3,95],[3,8;+\infty)$. **9.** $[-1;4)$. **10.** $(4;8]$.

Задача 16

Подготовительные задания. **1.** б) 1. **2.** б) $\frac{3\sqrt{6}}{8}$. **3.** б) 1. **4.** б) 1. **5.** б) 6. **6.** б) $\frac{4\sqrt{17}}{17}$. **7.** б) $\sqrt{10}$. **8.** б) 4; 8; 4; 8. **9.** б) 39 или 9. **10.** б) 2. **11.** б) 8 : 13. **12.** б) $\frac{1}{3}$. **13.** б) 9. **14.** б) $\frac{12\sqrt{5}}{5}$. **15.** б) 12.

Зачетные задания. **1.** б) $\frac{5\sqrt{13}}{12}$. **2.** б) 3 и 5. **3.** б) 48. **4.** б) 5. **5.** б) $\frac{24\sqrt{3}}{7}$. **6.** б) 1 : 2. **7.** б) $18\sqrt{2}$. **8.** б) 12. **9.** б) 8 и 15. **10.** б) 2.

Задача 17

Подготовительные задания. **1.** 600. **2.** 2133000. **3.** 6. **4.** 25. **5.** 567000. **6.** 2296350. **7.** 80000. **8.** 300000. **9.** 840. **10.** 2. **11.** 80. **12.** 6409000. **13.** 44500. **14.** 20. **15.** 2009.

Зачетные задания. **1.** 51000. **2.** 157000. **3.** 5. **4.** 2151000. **5.** 900. **6.** 13. **7.** 2010. **8.** 2520000. **9.** 1. **10.** 40.

Задача 18

Подготовительные задания. **1.** $a = 2,5$. **2.** $\left(-\infty; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$. **3.** $1,5 \le a \le 3$; $a \ge 6$. **4.** $4 \le a \le 7$. **5.** $\left[7-\sqrt{39}; 7+\sqrt{39}\right]; \left[-5-\sqrt{15}; -5+\sqrt{15}\right]$. **6.** $a \le -0,75$; $a \ge 0,75$. **7.** $a \in (-1;0) \cup (0;4)$. **8.** $a \in \left(-\infty; \frac{1}{8}\right]$. **9.** $\left[\frac{9-3\sqrt{5}}{2}; \frac{9+3\sqrt{5}}{2}\right]$. **10.** $a = 0$; $a = \pm 4$. **11.** $a \in (-\infty; -6] \cup [6; +\infty)$. **12.** $a \ge 1$. **13.** $a \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$. **14.** $a \in [3; 9)$. **15.** $a \in [-4; -2]$: $x = \pm\arccos(a+3) + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; при прочих a корней нет.

Зачетные задания. **1.** 0; $\frac{49}{16}$. **2.** $a \in [-2; -0,5]$. **3.** $a \in (-\infty; -\sqrt{7}] \cup [\sqrt{7}; +\infty)$. **4.** $a > 0$: $x = 2a + 1 + \sqrt{3a+1}$; $a \in \left[-\frac{1}{3}; 0\right]$: $x = 2a + 1 \pm \sqrt{3a+1}$; при прочих a корней нет. **5.** a — любое число. **6.** $a \in [1; +\infty)$. **7.** $-2 \le k < \sqrt{2}-2$ или $\sqrt{2}-2 < k \le 0$. **8.** $a = 0$; $a = 2\sin 1$. **9.** $x = 1$. **10.** $a < \frac{3-\sqrt{57}}{4}$; $a > \frac{3+\sqrt{57}}{4}$.

Задача 19

Подготовительные задания. **1.** 144, 225. **2.** $n = 11$. **3.** -43. **4.** Неверно. **5.** $x = y = z = 2$. **6.** Например, $a = 2$, $b = 20$. **7.** $x = \left[\frac{10}{7}\right] = 1$, $y = \left[\frac{1}{\frac{10}{7}-1}\right] = 2$, $z = 3$. **8.** Нельзя. **9.** $n = 1806$. **10.** 8910.

Зачетные задания. **1.** 8, 9, 10. **2.** $n = 1996$. **3.** 2. **4.** $p = 7$, $q = 3$. **5.** $\frac{m}{n} = \frac{5}{2}$. **6.** Нет. **7.** $x = 5p + 3q - 11$, $y = 11 - 5p - 2q$, $z = p$; p, q — любые целые числа. **8.** (0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 2), (2, 1), (2, 2). **9.** ± 1000. **10.** 6, 42, 1806.

Диагностическая работа № 9

13. а) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n$; $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{3}$. **14.** $\frac{2}{3}$. **15.** $[1; \log_2 5]$. **16.** б) 1 : 1. **17.** 4312000. **18.** $-24 < a < 18$. **19.** 2011, 3015.

Диагностическая работа № 10

13. а) $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{6} + \pi n$; $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{17\pi}{6}$, $-\frac{13\pi}{6}$. **14.** 80. **15.** $(-\infty; -1], [2; +\infty)$. **16.** б) $\frac{\sqrt{5}}{6}$. **17.** 2009. **18.** $x = 0$ при $a = 0$ или $a = 1$. **19.** $a = 273$.

Диагностическая работа № 11

1. 245. **2.** 4 000 000. **3.** 3. **4.** 0,33. **5.** 45. **6.** 34. **7.** 4. **8.** 30. **9.** 2. **10.** 7. **11.** 9. **12.** 1,5. **13.** а) $-\mathrm{arctg}\ 2 + \pi n$, $-\mathrm{arctg}\ 3 + \pi k$; k, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-$ arctg 2, $-$ arctg 3. **14.** б) $\mathrm{arctg}\, 3$. **15.** $(-\infty; -1], [2; +\infty)$. **16.** б) $2\sqrt{2}$ или $6\sqrt{2}$. **17.** 10. **18.** $a = 2$. **19.** а) да; б) нет; в) при $n = 5$.

Диагностическая работа № 12

1. 2. **2.** 23. **3.** 9. **4.** 0,96. **5.** –1. **6.** 3. **7.** 3. **8.** 8. **9.** 49. **10.** 33. **11.** 10. **12.** 64. **13.** а) $\pi - \mathrm{arcctg}\frac{4}{3} + 2\pi n$; $n \in \mathbb{Z}$; б) Уравнение не имеет корней, принадлежащих указанному отрезку. **14.** 36. **15.** $[-1-2\sqrt{6}; 0)$, $(0; 1+2\sqrt{6}]$. **16.** б) $a\sqrt{1+\frac{r}{R}}$. **17.** 143500. **18.** $\frac{1}{2} < k < \frac{2+\sqrt{2}}{2}$ или $k > \frac{2+\sqrt{2}}{2}$. **19.** а) Да; б) нет; в) восемь.

Диагностическая работа № 13

1. 105. **2.** 0. **3.** 5. **4.** 0,2. **5.** 7. **6.** 28. **7.** –0,5. **8.** 315. **9.** 3. **10.** 1,6. **11.** 120. **12.** –18. **13.** а) $2\pi n$, $\pm\arccos\frac{1}{7} + 2\pi k$; $n, k \in \mathbb{Z}$; б) 0, $\pm\arccos\frac{1}{7}$. **14.** 192. **15.** 2. **16.** б) $2 \pm \frac{4\sqrt{2}}{3}$. **17.** 30. **18.** $k = 1 - \frac{\sqrt{17}}{2}$ или $k > \frac{-\sqrt{3}}{4}$. **19.** 503.

Диагностическая работа № 14

1. 70. **2.** 12000. **3.** 6. **4.** 0,375. **5.** 16. **6.** 7. **7.** 0,25. **8.** 5. **9.** 1. **10.** 180. **11.** 15,4. **12.** –44. **13.** а) $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{4\pi}{3}$. **14.** б) $\mathrm{arctg}\frac{21}{17}$. **15.** $(-2; -1] \cup (1; 2)$. **16.** б) $2\sqrt{21} - 9$ или $3 + 2\sqrt{3}$. **17.** 21000. **18.** $a = 2$. **19.** а) 13; б) 36; в) 36.

Диагностическая работа № 15

1. 40. **2.** 6. **3.** 6. **4.** 0,5. **5.** –2,5. **6.** 63. **7.** 5. **8.** 512. **9.** 36. **10.** 25. **11.** 25. **12.** –5. **13.** а) $\pm\arccos\frac{2}{5} + 2\pi n$; $n \in \mathbb{Z}$; б) $-2\pi - \arccos\frac{2}{5}$, $-2\pi + \arccos\frac{2}{5}$. **14.** 5. **15.** $(-\infty; 6)$; $(11; +\infty)$. **16.** б) $\frac{7 \pm 2\sqrt{6}}{6}$. **17.** 60. **18.** $0{,}5 \le k < 1 + \frac{\sqrt{17}}{2}$ или $k > 1 + \frac{\sqrt{17}}{2}$. **19.** а) нет; б) нет; в) $-\frac{21}{5}; -\frac{11}{4}$.

Диагностическая работа № 16

1. 61,2. **2.** 8. **3.** 20. **4.** 0,6. **5.** 1,5. **6.** 120. **7.** 3. **8.** 21. **9.** 535. **10.** 37. **12.** 30. **13.** 28. **14.** а) $2\pi n$, $\pm\arccos\frac{1}{6} + 2\pi k$; $n, k \in \mathbb{Z}$; б) -2π, $-2\pi \pm \arccos\frac{1}{6}$. **15.** $\frac{1}{4}$. **16.** $[0; \log_2 3]$. **17.** б) $\sqrt{3}$. **18.** 319500. **19.** $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **20.** а) нет; б) да; в) 13.

Диагностическая работа № 17

1. 4. **2.** 150000. **3.** 4. **4.** 0,25. **5.** 207. **6.** 92. **7.** 2. **8.** 10. **9.** 2. **10.** 0,216. **11.** 20. **12.** 8. **13.** а) $\pm\arccos\frac{1}{4}+2\pi n,\quad \pm\arccos\frac{2}{3}+2\pi k,\ n,\ k$ — целые числа; б) $-2\pi+\arccos\frac{1}{4},\ -2\pi+\arccos\frac{2}{3}$. **14.** 2. **15.** $(-\infty;0],[1;7)$. **16.** б) $2\sqrt{181}$ или 28. **17.** 21. **18.** $a\in\left[-\sqrt[3]{3};-1\right)\cup(-1,0)\cup(0,1)$. **19.** (2; 3), (2; −3), (−3; 3), (−3; −3).

Диагностическая работа № 18

1. 5. **2.** 7. **3.** 8. **4.** 0,52. **5.** 1,8. **6.** 27. **7.** −3. **8.** 10. **9.** 12. **10.** 90. **11.** 26. **12.** −25. **13.** а) $-\frac{\pi}{4}+\pi n,\ \operatorname{arctg}\frac{7}{3}+\pi k;\ n, k\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{4},\ \operatorname{arctg}\frac{7}{3},\ \frac{3\pi}{4}$. **14.** $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}}{2}$. **15.** $[2;4)$. **16.** б) 3 или 15. **17.** 6. **18.** $a\in(-1;5]$. **19.** а) да; б) нет; в) 26.

Диагностическая работа № 19

1. 960. **2.** 45. **3.** 3. **4.** 0,1. **5.** 2. **6.** 67. **7.** 5. **8.** 14. **9.** −3. **10.** 320. **11.** 24. **12.** −1. **13.** а) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3},\frac{7\pi}{3}$. **14.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **15.** $[2;+\infty)$. **16.** $a=\pm4\sqrt{3}$. **17.** 175. **18.** $a\le-0{,}75$; $a\ge0{,}75$. **19.** $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

Диагностическая работа № 20

1. 3. **2.** 18. **3.** 6. **4.** 0,8. **5.** 129. **6.** 17. **7.** 5. **8.** 525. **9.** 2. **10.** 30. **11.** 32. **12.** −63. **13.** а) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ \pm\arccos\frac{1}{3}+2\pi k;\ n, k\in\mathbb{Z}$; б) $-\arccos\frac{1}{3},\ -\frac{\pi}{3},\ \frac{\pi}{3},\ \arccos\frac{1}{3}$. **14.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **15.** $(3+\log_9 7;+\infty)$. **16.** б) 5 или $\sqrt{33}$. **17.** 10. **18.** $\left(-\infty;-\frac{1}{5}\right];[8;+\infty)$. **19.** 96433469.

Единый государственный экзамен

Бланк ответов № 1

Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по следующим образцам:

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z ,

Регион

Код предмета

Название предмета

С правилами экзамена ознакомлен и согласен
Совпадение номеров вариантов в задании и бланке регистрации подтверждаю
Подпись участника ЕГЭ строго внутри окошка

Номер варианта

ВНИМАНИЕ! **Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета**

Результаты выполнения заданий с ответом в краткой форме

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40

Единый государственный экзамен

Бланк ответов № 2

Регион	Код предмета	Название предмета	Номер варианта

Перепишите значения указанных выше полей из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете.
Условия задания переписывать не нужно.

ВНИМАНИЕ! ***Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета***

При недостатке места для ответа используйте оборотную сторону бланка

Учебное издание

Ященко Иван Валериевич
Шестаков Сергей Алексеевич
Трепалин Андрей Сергеевич
Захаров Петр Игоревич

ЕГЭ
МАТЕМАТИКА
ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ
Тематическая рабочая тетрадь

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU.АД44.Н02841 от 30.06.2017 г.

Главный редактор *Л. Д. Лаппо*
Технический редактор *Л. В. Павлова*
Корректоры *О. Ю. Казанаева, Н. Е. Жданова*
Дизайн обложки *Л. В. Демьянова*
Компьютерная верстка *М. В. Демина, М. А. Серова*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.
www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz;
тел./факс 8 (495) 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93,
том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
ООО "Красногорская типография".
143405, Московская область, г. Красногорск,
Коммунальный квартал, дом 2. www.ktprint.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.:
8 (495) 641-00-30 (многоканальный).